

Tritiumbilanzierung im Fusionsreaktor ITER

Anwendung statistischer Testtheorie auf Inspektionsstrategien
bei Messunsicherheit.

Diplomarbeit

vorgelegt von Jörg Reckers

Universität Hamburg,
Department Physik

Carl Friedrich von Weizsäcker-Zentrum
für Naturwissenschaft und Friedensforschung

Mai 2007

Überarbeitet am 30. September 2007

Gutachter der Diplomarbeit:

Prof. Dr. Martin Kalinowski

Prof. Dr. Hartwig Spitzer

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Tritium Inventarisierung	9
2.1	Projektbeschreibung vom ITER	9
2.1.1	Der Brennstoffkreislauf	13
2.1.2	Tritiumlager	15
2.1.3	Tritium	16
2.2	Tritium Messtechnik	19
2.2.1	Die PVTc Methode	19
2.2.2	Konzentrationsmessung	21
2.2.3	Kalorimetrie	23
2.2.4	Weitere Methoden	25
2.3	Tritiummessung im ITER	26
2.3.1	Tritium Anlieferung	26
2.3.2	Tritium Inventarisierung	27
2.3.3	Tritium Abbrand	28
2.3.4	Tritium Inventaränderungen	31
2.3.5	Tritium Rückhaltung	34
3	Materialbilanzierung einer Periode	37
3.1	Aufstellen der Bilanzgleichungen	38
3.2	Beschreibung der Variablen als Zufallsvariablen	39
3.3	Aufstellen und Testen der Hypothesen	40
3.4	Einteilung in Bilanzbereiche	44
3.5	Verschieden große Inventare	46
3.6	Tritiumverbrauch	49
4	Materialbilanzierung mehrere Perioden	53
4.1	Höchste Entdeckungswahrscheinlichkeit	55
4.2	Zeitliche Detektion	61

INHALTSVERZEICHNIS

4.3	CUMUF Test	62
4.3.1	Zwei Perioden	62
4.3.2	Der Fall mehrerer Perioden	65
4.3.3	Zeitliche Detektion	68
4.3.4	Konstantes α_i , bei freiem α	72
4.3.5	Konstante Schwellenwerte	76
4.3.6	Konstante Wahrscheinlichkeit für einen Fehlalarm in jeder Periode	78
4.3.7	Konstantes α_i und α	80
4.3.8	Detektionswahrscheinlichkeit	81
4.4	Transformation in unabhängige MUFs	84
4.4.1	Stewart's Startinventar	86
4.4.2	Testen in unabhängigen Variablen	88
4.4.3	Anwendung auf das TLK	90
4.4.4	Anwendung auf ITER	92
5	Bewertung und Ausblick	103
	Literatur	104

Kapitel 1

Einleitung

Viele Jahre ist es ruhig um die Entwicklung von Kernwaffen gewesen. Die Weiterverbreitung schien durch den Atomwaffensperrvertrag eingedämmt und zwischen den beiden größten Atommächten wurden nukleare Abrüstungsabkommen¹ geschlossen.

Die internationale Ächtung von Nuklearwaffen ist trotzdem nicht durchgesetzt. Einerseits ist der Boykott gegen die neuere Atommacht Indien² nahe dem Ende. Andererseits wurde in keinem der fünf anerkannten Atomwaffenstaaten das militärische Nuklearprogramm aufgegeben. Im Gegenteil, in Großbritannien soll das Trident-System modernisiert werden, in den Vereinigten Staaten werden die gesamten Sprengköpfe erneuert und in Frankreich wird aktiv die Modernisierung der atomaren Streitkräfte vorangetrieben.

Tritium wird in fast jeder Nuklearwaffe verwendet. Die 2-3 g Tritium pro Bombe fusionieren während der Explosion und die dabei freiwerdenden Neutronen erhöhen die Spaltausbeute und damit die Sprengkraft. Das Tritium hat im Gegensatz zu anderen Materialien in einer Nuklearwaffe die Eigenschaft, sich durch den radioaktiven Zerfall im Laufe der Zeit selbst *abzurüsten*. Mit einer Halbwertszeit von 12,3 Jahren verringern sich die militärischen Tritiumbestände pro Jahr um 5,5%.

Fehlt den Militärs das Tritium, haben sie zwei Möglichkeiten. Entweder können sie *qualitativ abrüsten*, d.h. das Nuklearwaffenprogramm wird umgerüstet ohne die Vorteile durch Tritium voll zu nutzen oder die Anzahl der Nuklearwaffen zu reduzieren, somit *quantitativ abrüsten*.

¹SALT I (1969-1972), ABM-Vertrag (1972), SALT II (1972-1979), INF-Vertrag (1987), START I (1991), START II (1993) und SORT (2002)

²Am 11. Mai 1998 führte Indien mehrere Unterirdische Nuklearexplosionen durch.

KAPITEL 1. EINLEITUNG

Der zweite Weg wurde in den USA gewählt. Seitdem 1988 die militärische Tritiumproduktion aus Sicherheitsgründen abgeschaltet wurde, konnte das benötigte Tritiuminventar nur dadurch aufrechterhalten werden, dass Tritium aus den nach dem START II-Vertrag abgerüsteten Bomben recycled wurde. Seit 2003 wird Tritium aus Lithium erbrütet, welches dafür in einem kommerziellen Kernkraftwerk einem Neutronenfluss ausgesetzt wird. Das erste Tritium wurde 2005 extrahiert.

Kalinowski (2004) hat gezeigt, dass eine Kontrolle der weltweiten Tritiumbestände möglich ist, die Weiterverbreitungsgefahr mindert und gleichzeitig zur Abrüstung beitragen kann. Die Etablierung eines Kontrollregimes für Tritium führt dazu, dass die Trennung des militärischen und zivilen Nuklearprogramms möglich ist und gestärkt wird.

Physikalisch unterscheidet sich Tritium nicht zwischen verschiedenen Nutzungsarten. Ob es vom Menschen in eine Bombe eingebaut wird³ oder ob Tritium in zivilen Technologien genutzt wird, ist nicht vorherbestimmt. Wenn eine scharfe Trennung zwischen militärischer und ziviler Nutzung nicht vollzogen werden kann, muss die Konsequenz sein, die Produktion von Tritium zu minimieren.

Tritiumexporte aus Kanada, in dem die größten zivilen Tritiumvorräte lagern, werden nur unter der Bedingung genehmigt, dass diese in keiner Form militärisch verwendet werden und entsprechende Vorkehrungen getroffen werden dieses zu verhindern.⁴

Die kritische Stelle in einem internationalem Tritiumkontrollregime ist nach Kalinowski (2004, S. 114) die Entwendung von Lagerbeständen und die Produktion von Tritium. Mit dem Bau des *International Thermonuclear Experimental Reactor* (ITER) in Cardarache, Frankreich ab nächstem Jahr und dessen geplante Inbetriebnahme im Jahre 2016 wird eine neue Größenordnung in der zivilen Nutzung von Tritium erreicht. Über die Laufzeit von 20 Jahren sind für die Fusionsexperimente der Import von 17,5 kg Tritium aus Kanada geplant.

Es ist geplant in ITER die Brut des Tritiums für den späteren Einsatz im

³Deren physikalische Wirkung im Falle der Anwendung auf andere Menschen darin besteht, diese zu zerreißen, zu verbrennen und zu verstrahlen.

⁴Das Tritium in der EU, welches aus Kanada geliefert wird, unterliegt dem „Exchange of Letters“. Dies ist eine Vereinbarung zwischen Kanada und dem Importland, welches sich dazu verpflichtet, das gelieferte Tritium nur für zivile Zwecke zu nutzen und dies durch entsprechende Maßnahmen zu überwachen. In Europa übernimmt die EURATOM diese Aufgabe.

Kraftwerk zu entwickeln und testen. Damit ist ITER eine wichtige Testanlage, falls ein Kontrollregime für Tritium etabliert werden soll.

Wie kann es gelingen sicherzustellen, dass Tritium im ITER nur für die zivile Fusionsforschung und nicht etwa für Rüstungsprogramme genutzt wird?

Das Problem ähnelt dem der Internationalen Atomenergieorganisation (IAEO). Diese hat die Aufgabe, die zivile Nutzung der Kernenergie voranzutreiben und gleichzeitig zu verhindern, dass bestimmte Spaltmaterialien für militärische Zwecke genutzt werden. Diese Trennung wird von der IAEO aufrechterhalten indem nukleare Überwachungsmaßnahmen, die sogenannten *Safeguards* für die entsprechenden Materialien durchgeführt werden.

Unter den Safeguards für nukleare Materialien wird ein System des Nachweises durch den Betreiber und der Verifikation durch die überwachende Instanz verstanden. Für die Verifikation steht die Methode des Einschlusses des nuklearen Materials, die Beobachtung und die Materialbilanzierung zur Verfügung.

Diese Arbeit wird die Materialbilanzierung für den Fall von Tritium und ITER betrachten. Bei der Materialbilanzierung wird das Buchinventar mit einer physikalischen Inventurverifikation verglichen. Die Messung für die Verifikation der Nuklearen Materialien wird von einem Inspektor durchgeführt.

Die zentrale Fragestellung dieser Arbeit ist:

Gelingt es mit der Materialbilanzierung, das Abzweigen einer signifikanten Menge an Tritium aus ITER rechtzeitig zu detektieren?

Mit einer signifikanten Menge an Tritium ist die Menge gemeint, die für eine militärische Nutzung von Bedeutung ist. Eine Referenz für die Bedeutsamkeit ist sicherlich die Menge Tritium, die in einer Kernwaffe Verwendung findet. Nach Kalinowski (2004, S.9) sind das 2-3 g Tritium.

Das zeitliche Kriterium ist sicher nicht so brisant, da mit Tritium alleine keine Bombe gebaut werden kann. Vielmehr geht es hier um die Auswirkungen auf die politischen Rahmenbedingungen. Wird eine Abzweigung von Tritium erst nach 20 Jahren entdeckt, sind die Verantwortlichen schon im Ruhestand. Eine politische Brisanz erhält eine Detektion nur, wenn der Nachweis spätestens innerhalb weniger Jahre gelingt.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in zwei Teile. Im ersten Teil (Kapitel 2) wird eine Abschätzung für die Messunsicherheiten der zu erwartenden Tritium Inventare in ITER durchgeführt.

KAPITEL 1. EINLEITUNG

Zu diesem Zweck wird ITER vorgestellt und für die Ermittlung der Messgenauigkeit werden publizierte Ergebnisse aus der Diagnostik und Erfahrungen anderer Einrichtungen zusammengetragen und ausgewertet. Damit soll der zu erwartenden Messfehler für die einzelnen Tritiummengen im ITER abgeschätzt werden.

Im zweiten Teil dieser Arbeit (Kapitel 3 und Kapitel 4) wird mit statistischer Testtheorie eine Detektionswahrscheinlichkeit für das Abzweigen einer bestimmten Menge Tritium eingeführt. Dabei wird untersucht welche Auswirkungen verschiedene Inspektionsstrategien auf die Detektionswahrscheinlichkeit in ITER haben.

Kapitel 2

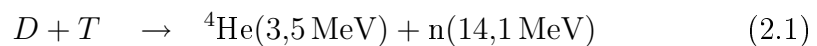
Tritium Inventarisierung im ITER

Im ITER wird Tritium in verschiedenen Aggregatzuständen und chemischen Bindungen vorliegen. Als Gas in Form von HT, DT oder T₂ sowie oxidiert als Wasser, mit allen Kombinationen an Wasserstoffisotopen (T₂O, DTO und HTO). Im Plasma hingegen existiert nur der Tritiumkern, das Triton.

Für die Tritiumbilanzierung ist es notwendig, das Inventar, d.h. die Menge an Tritium im ITER, sowie die Zu- und Abflüsse an Tritium möglichst genau zu bestimmen. Mit der Genauigkeit ist hier insbesondere das Wissen über die Standardabweichung der Messung gemeint, mithilfe deren Wertes eine Aussage über Detektionswahrscheinlichkeiten von Bilanzierungssystemen gemacht werden kann.

2.1 Projektbeschreibung vom ITER

Der internationale thermonukleare Experimentalreaktor (ITER) arbeitet nach dem Tokamak-Prinzip. Dabei wird durch Magnetfelder das Plasma donutförmig eingeschlossen und durch Induktion geheizt. Die Fusionsreaktion, die den Großteil der entstehenden Energie liefert, ist die Fusion der Wasserstoffisotope Deuterium 2_1D und Tritium 3_1T .



KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG

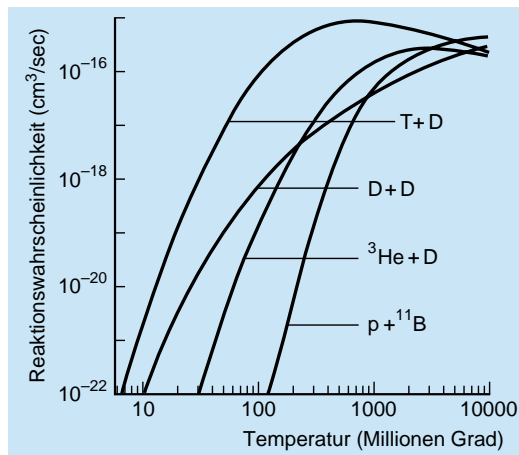
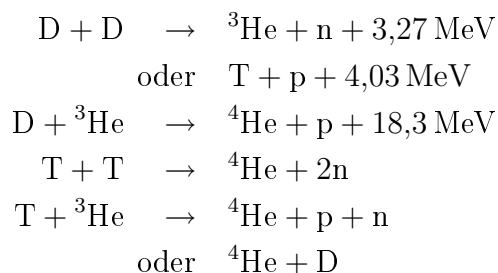


Abbildung 2.1: Die Wirkungsquerschnitte für verschiedene Fusionsreaktionen. (IPP 2003, S.9)

Mit kleineren Wirkungsquerschnitten (vgl. Abb. 2.1) sind auch folgende Reaktionen möglich (Wesson 2004, S.5 & 526):



Das Konzept des Tokamak-Reaktors wurde in den 60er Jahren in der Sowjetunion entwickelt. Der Name „Tokamak“ ist eine Abkürzung für das russische **тороидальная камера в магнитных катушках** und bedeutet soviel wie toroidale Kammer und magnetische Spulen. Es ist der bisher am besten erforschte Weg zur zivilen Nutzung von Fusionsenergie.

Der Tokamak-Reaktor arbeitet mit Einschluss eines torusförmigen Plasmas in einem elektromagnetischen Feld. Dieser Einschluss wird zum einen durch ein von Spulen erzeugtes Toroidalfeld erreicht und zum anderen durch ein vom Plasmastrom selber erzeugten Poloidalfeld hergestellt. Der Plasmastrom ist charakteristisch für die Funktionsweise eines Tokamak-Reaktors. Er wird induziert, indem das Plasma als Sekundärwicklung eines Transformators genutzt wird. Das Plasma bricht zusammen, wenn der Transformator umgepolzt werden muß. Daher ist es nur möglich, eine halbe Wellenlänge zu nutzen. Im

2.1. PROJEKTbeschreibung VOM ITER

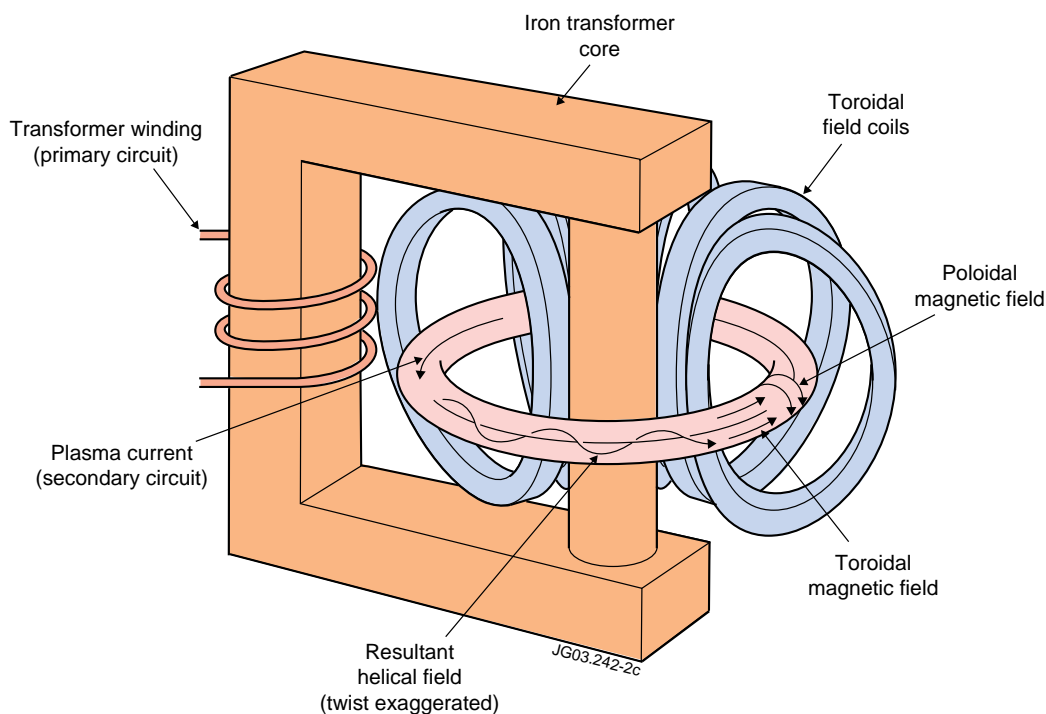


Abbildung 2.2: Die Felder und Ströme in dem Torus eines Tokamaks (Officer)

ITER wird der Strom in der Primärspule hochgefahren und ein Magnetfeld erzeugt. Erst beim langsamen Verringern des Primärstromes und dem damit einhergehenden Abbau des Magnetfeldes wird der Brennstoff eingelassen und der Plasmastrom induziert, womit sich das Plasma aufbaut. Damit arbeitet der Reaktor nicht stationär.

Im Normalbetrieb soll ITER im DT Betrieb eine Leistung von 500 MW über eine Brenndauer von 400 s aufrechterhalten (PDD 2001, 1.2). Der Strom steigt dabei auf bis zu 15 MA an. In der Abb. 2.2 sind die Felder und Ströme innerhalb des Tokamaks skizziert. Durch die Überlagerung des toroidalen mit dem poloidalen Feld entsteht in der Summe ein helikales Feld, welches sich um die Seele des Torus dreht. In einem Tokamak tritt eine Verscherung der Magnetfelder auf, wobei sich die Feldlinien nahe der Seele öfter um die eigene Achse drehen als die weiter entfernten.

Der ITER soll bei $Q = 10$ arbeiten (vgl. Tab.2.1); das ist der Quotient aus Fusionsleistung und zusätzlicher von außen eingebrachter Heizleistung. Da nur 20% der Fusionsenergie als kinetische Energie der Heliumkerne freier-

KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG

Fusionsleistung	500 MW
Q-Faktor	10
Durchschnittlicher (1 MeV) Neutronenfluss auf der Wand	0.57 MW/m^2
Großer Plasma Radius	6,2 m
Kleiner Plasma Radius	2,0 m
Plasmahöhe	7,4 m
Plasmastrom	15 MA
Magnetfeld	5,3 T
Toroidal Feldstärke bei 6.2 m Radius	5,3 T
Plasma Volumen	837 m^3
Installierte Heizleistung	73 MW

Tabelle 2.1: Die Eckdaten von ITER (PDD 2001, Kap. 1, S. 16).

den, kann das Plasma sich frühestens ab einem Faktor $Q > 5$ selber heizen¹. Ab wann die Heliumkerne für die Heizung des Plasmas ausreichen hängt von den im nächsten Absatz beschriebenen Plasmaparametern ab. Der Punkt, ab dem jede zusätzliche Heizung abgeschaltet werden kann und das Plasma weiter brennt, heißt Zündung ($Q = \infty$).

Die Bedingung für die Zündung des Plasmas hängt von der Temperatur T , der Teilchendichte n und der Einschlusszeit τ_E ab. Liegt die Temperatur zwischen 10-20 keV und überschreitet das Produkt dieser drei Parameter den Wert

$$nT\tau_E > 3 \cdot 10^{21} \frac{\text{keV s}}{\text{m}^3}, \quad (2.5)$$

dann zündet das Plasma (Wesson 2004, S.11). Der genaue Wert für diese Zündbedingung hängt von der Verteilung von n und T im Plasma ab. Die Zahl in Gl. 2.5 gilt für gleichmäßigen Verteilung von n und T im Plasma.

Im ITER wird die Temperatur des Plasmas bei ungefähr 15 keV, das ent-

¹Im center of mass system (CM) ist der Gesamtimpuls null:

$$M_n v_n = M_{He} v_{He} \approx 4M_n v_{He} \quad (2.2)$$

$$\Rightarrow v_{He} \approx 4v_n. \quad (2.3)$$

Damit folgt für die Energie des Heliumkernes

$$E_{He} = \frac{1}{2} M_{He} v_{He}^2 = 2M_n \left(\frac{1}{4} v_n \right)^2 = \frac{1}{8} m_n v_n^2 = \frac{1}{4} E_n. \quad (2.4)$$

Damit besitzt der Heliumkern nur 25 % der Energie des Neutrons, das sind 20 % der freiwerdenden Fusionsenergie. (Vergl. Gl. 2.1)

2.1. PROJEKTBECHREIBUNG VOM ITER

spricht $174 \cdot 10^6$ K, liegen. Mit der Temperatur des Plasmas sinkt der elektrische Widerstand mit $R \sim T_e^{-\frac{1}{3}}$ (Wesson 2004, S.240). Die oben beschriebene induktive Plasmaheizung ist somit nur für die Anfangszeit effizient. Für die weitere Heizung des Plasmas sind zwei Neutralteilchenheizungen (NBI) mit einer Leistung von jeweils 16,5 MW geplant. Neben der Temperatur beeinflussen sie die Teilchendichte n und injizieren so auch Brennstoff (D_2). Dafür sollen im ITER negative Ionen beschleunigt und in das Plasma eingeschossen werden. Damit sie das Magnetfeld durchdringen, müssen sie vorher neutralisiert werden. Dies ist für das negative Protium und Deuteron eine neue Technologie. Bisher ist diese Art der Heizung nur für positive Ionen genutzt worden, die negativen Ionen sind jedoch einfacher zu neutralisieren und daher effizienter einsetzbar (PDD2 2001, Kap. 2.5).

Die *Hochfrequenzheizung* arbeitet durch Einkopplung der Zyklotronfrequenz der Elektronen (170 GHz) oder der Ionen (≈ 45 MHz) im Plasma.

Für die Injektion von Brennstoff sind im ITER zwei Möglichkeiten vorgesehen. Das Gas Injektions System (GIS) stellt durch sechs Einlassventile im oberen Bereich dem Torus das Startinventar zur Verfügung und kontrolliert die Teilchendichte während des Betriebs.² Das Gas wird vom Torusrand eingelassen, die Eindringtiefe in das Plasma ist dadurch begrenzt. Mit der *Pelletinjektion* ist es möglich, das Gas tief im Plasma zu deponieren. Die Pellets aus gefrorenen Wasserstoffisotopen von 3 und 6 mm Durchmesser sollen mit $0,5 \text{ km/s}$ bei einer Rate von bis zu 50 Hz ³ in das Plasma geschossen werden.

2.1.1 Der Brennstoffkreislauf

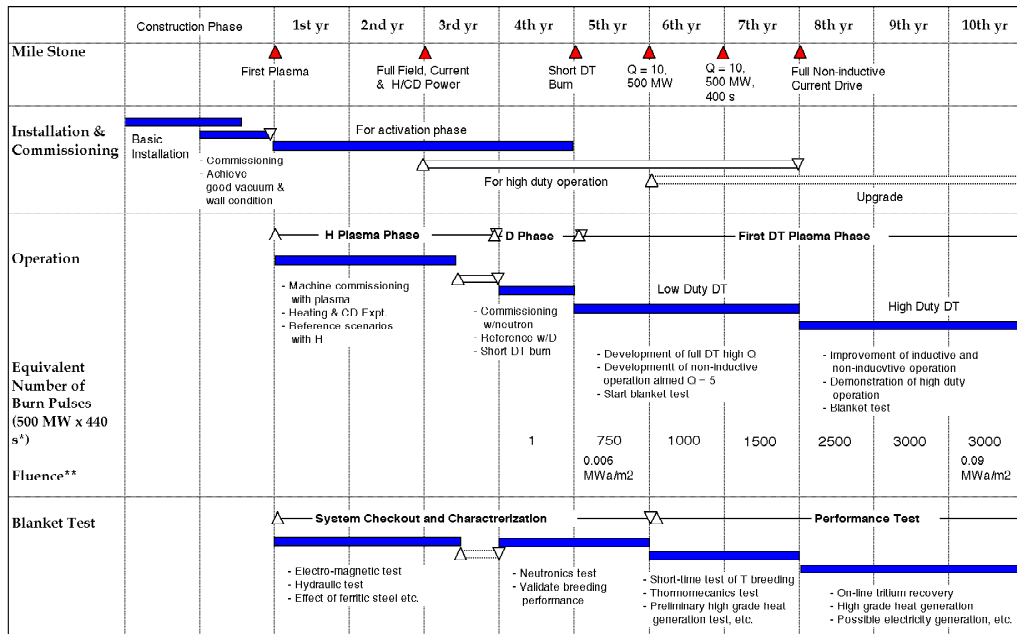
Während des Pulsbetriebes bei 500 MW Ausgangsleistung muss alle 100 s eine Menge von 25 g Tritium in den Torus eingelassen werden. Davon wird nur ein Anteil von 0,1 g verbrannt (PDD 2001, Kap.1 S.37). Der Rest wird an den Cryopumpen gebunden, und abgepumpt. Die Aufgaben des Brennstoffkreislaufs sind, einerseits genug Tritium und Deuterium für das Plasma bereitzustellen und andererseits die Abgase aufzubereiten. Einen Überblick über den Brennstoffkreislauf gibt die Abb. 2.4.

Das *Storage and Delivery System* (SDS) beinhaltet das *Long Term Storage* (LTS) sowie das Short Term Storage und Delivery System. Tritiumanlieferungen von außerhalb werden von dem LTS aufgenommen. Wenn zwischen den

²Drei weitere GIS sind im Diverter Bereich eingeplant.

³für die kleineren Pellets

KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG



* The burn time of 440 s includes 400 s flat top plus 40 s of full power neutron flux to allow for contributions during ramp-up and ramp-down
 ** Average fluence at first wall (neutron wall load is 0.56 MW/m² on average and 0.77 MW/m² at outboard equator)

Abbildung 2.3: Die Planung für den Betrieb des ITERs aus (ITER 2001).

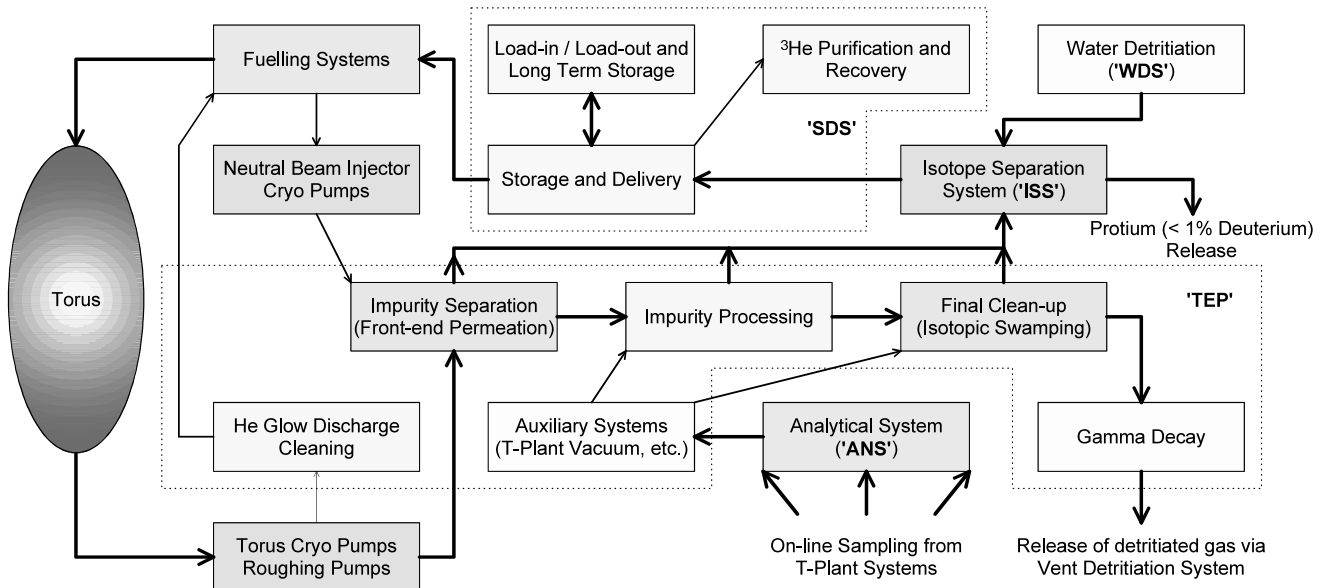


Abbildung 2.4: Der ITER Brennstoffkreislauf (Glugla u. a. 2003)

2.1. PROJEKTDESCHEIBUNG VOM ITER

Experimentierkampagnen Tritium aus den anderen Teilen der Anlage herausgeholt wird, muss das LTS, mit einer Gesamtkapazität von 1000 g, einen Teil des Tritium aufnehmen.

Das *Short Term Storage und Delivery System* erhält tritiumhaltige Gase aus dem LTS, dem *Isotopen Trennsystem* (ISS) und dem *Abgas Behandlungssystem* (TEP). Es speichert Wasserstoff in bestimmten Isotopenverhältnissen (10:90, 50:50 DT und D₂) und stellt diese für das Tokamak-Versorgungssystem (NBI, pelletinjector und GIS) bereit. Weiterhin stellt das SDS einen dedizierten Getterspeicher bereit, in welchem das Zerfallsprodukt des Tritiums, das ³He, abgetrennt wird.

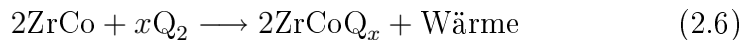
Das *Tokamak Exhaust Processing* (TEP) oder auch Abgasbehandlungssystem bereitet die Abgase aus dem Tokamak, sowie aus allen anderen Bereichen, in denen tritiumhaltige Gase anfallen, wieder auf. Dafür wird durch Katalysatoren der Wasserstoff abgespalten, welcher dann in das Isotope Separation System (ISS) weitergeleitet wird. Je nach gewünschtem DT-Verhältnis wird an entsprechenden Stellen das Gas aus den Destillationssäulen des ISS entnommen und in das SDS geleitet.

Bevor in Kapitel 2.3 auf das Problem der Bestimmung der Tritiummenge in der Großanlage ITER eingegangen wird, soll im Folgenden ein Überblick über die zu erwartenden Tritiummengen im ITER gegeben werden.

2.1.2 Tritium Lager (LTS)

Das Tritiumlager, oder auch „Long Term Storage“ (LTS), ist Bestandteil des SDS (PDD 2001, Kap. 3.1). Neu angeliefertes Tritium wird im durch Schleusen im LTS empfangen. Das LTS muss zwischen den Experimenten die Kapazität haben, um Teile des Tritiuminventars vom ITER aufzunehmen. Für die Tritiumlagerung sind 10 ZrCo Getterspeicher mit einer Kapazität von jeweils 100g vorgesehen (Lässer u. a. 2005).

Durch Einlagerung in das Kristallgitter kann ZrCo bei Raumtemperatur und niedrigem Druck Wasserstoff Q absorbieren:



Bei Temperaturen zwischen 300-400 °C und Drücken >1 Bar wird Wasserstoff freigesetzt:



KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG

Der Faktor x kann dabei maximal 3 sein.

Bei Temperaturen $>300\text{ °C}$ kann das ZrCo auch disproportionieren:



Das entstehende stabile ZrQ_2 bindet im Gegensatz zu ZrCo nur sehr wenig Wasserstoff. Bei seinen Versuchen hat Besserer (2002, S.73) festgestellt, dass ZrCo bei 410 °C nach 20 min schon über 30 % des ZrCo disproportioniert ist. Glugla u. a. (2006) messen ähnliche Werte und kommen zu dem Schluss, dass dieses Material damit nicht für das SDS vom ITER geeignet ist.

Des Weiteren hat Besserer (2002, S.86) die Tritiumrückhaltung von einem Zr-Co Speicher untersucht. Der Getterspeicher wurde mit $1,21 \cdot 10^{15}$ Bq Tritium ($\approx 3\text{ g}$) beladen. Bei 470 °C wurde der Getterspeicher evakuiert. Das rückgehaltene Tritium wurde durch kalorimetrische Messungen bestimmt. Nach drei Stunden sind noch 0,74 % des Tritiums im Getter. Nach ungefähr acht Stunden stabilisiert sich der Wert bei rund 0,4 % ($\approx 12\text{ mg}$) des Startinventars.

In JET ergaben Messungen an vier Urangetterspeichern, die mit insgesamt 20 g beladen waren, einen Rückhalt von zusammen 33 mg Tritium (Lässer u. a. 1999a, S. 180).

2.1.3 Tritium

Der ITER wird während seiner 20 jährigen Laufzeit einen Nettoverbrauch von 16 kg Tritium haben (PDD6 2001). Wegen des Zerfalls müssen dafür ungefähr 17,5 kg aus Kanada importiert werden (ITER 2004). Davon werden 6,7 kg in den ersten zehn Jahren verbraucht. Die in Tab. 2.2 angegebenen Werte sind Nettowerte⁴.

Die derzeitige Planung sieht in den ersten zehn Jahren eine sechsjährige Phase von DT-Experimenten mit der in Abb. 2.3 gezeigten äquivalenten Anzahl von Brennpulsen vor. Die Experimente, die im zweiten Jahrzehnt des Projekts gemacht werden, hängen von den Erfolgen und Problemen der vorherigen Experimente ab. Da in dieser Zeit ungefähr $11,3\text{ kg}^5$ gebraucht werden, ist es eine plausible Annahme, dass in den ersten neun Jahre des zweiten Jahrzehnts weiterhin 1,2 kg pro Jahr angeliefert werden und im letzten Betriebsjahr kein neues Tritium angeliefert wird. Eine Übersicht des Tritiuminventars vom ITER ist in Abbildung 2.5 gezeigt.

⁴Der Zerfall von Tritium ist abgezogen.

⁵16 kg insgesamt, wovon 4,7 kg in den ersten 10 Jahren verbraucht werden.

2.1. PROJEKTDESCREIBUNG VOM ITER

Jahr	Lieferung (kg)	Verbrauch (kg)	Inventar (kg)
1	0,0	0,0	0,0
2	0,0	0,0	0,0
3	0,1	0,0	0,1
4	0,8	< 0,01	~0,9
5	0,8	0,3	~1,4
6	0,8	0,4	~1,8
7	0,8	0,6	~2,0
8	1,0	1,0	~2,0
9	1,2	1,2	~2,0
10	1,2	1,2	~2,0
Σ	6,7	4,7	

Tabelle 2.2: Die Tritium Anlieferung, Verbrauch und Gesamtinventar der ersten 10 Jahre. (PDD6 2001, Table 6.2.5-1)

Die Anlieferung des Tritiums in das LTS wird in Getterspeichern erfolgen. Die Kapazität eines herkömmlichen Speichers ist 50 g (ITER 2004). Das entspricht nach Tab. 2.2 bis zu 3 Lieferungen pro Monat. Die Tritiumlieferung wird mehrmals pro Jahr erfolgen. Für den Standort Rokkasho waren nach JAG (2003, S. 18) pro Jahr sechs Lieferungen von jeweils 3·50 g vorgesehen.⁶

Durch die kurze Halbwertszeit von 12,3 Jahren kommt Tritium in der Natur fast nicht vor. Durch Höhenstrahlung wird ein natürliches Inventar von (1,8-20) kg aufrecht erhalten⁷. Künstlich entsteht Tritium als Beiprodukt in Schwerwasserreaktoren (ca. 4 kg/Jahr) oder durch die gezielte Produktion mit Spallationsquellen. Für den Betrieb eines Fusionskraftwerkes reichen die derzeitigen zivilen Welttritiumreserven nicht aus. Um 1 GW Fusionsleistung über ein Jahr aufrecht zu erhalten, müssen über 50 kg Tritium mit Deuterium fusioniert werden.

Die größten zivilen Inventare sind in Kanada durch die Nutzung der CANDU Reaktoren entstanden. Kanada wird 2009 über ein Inventar von 22 kg verfügen, welches jedes weitere Jahr um 1,5 kg anwächst (PDD6 2001, Kap. 6.2.5). Das reicht für die Versorgung vom ITER aus. In einem zukünftigen

⁶Was insgesamt nur 0,9 kg pro Jahr sind. Nach 7,5 Jahren wären die nötigen 6,7 kg nach Tab. 2.2 zusammen

⁷Ein Vergleich verschiedener Studien ist in (Kalinowski 2004, S.4) zu finden. Durch Thermonuklearen Explosionen am Ende der 50er und den frühen 60er Jahren ist eine Menge von 465 kg freigesetzt worden.

KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG

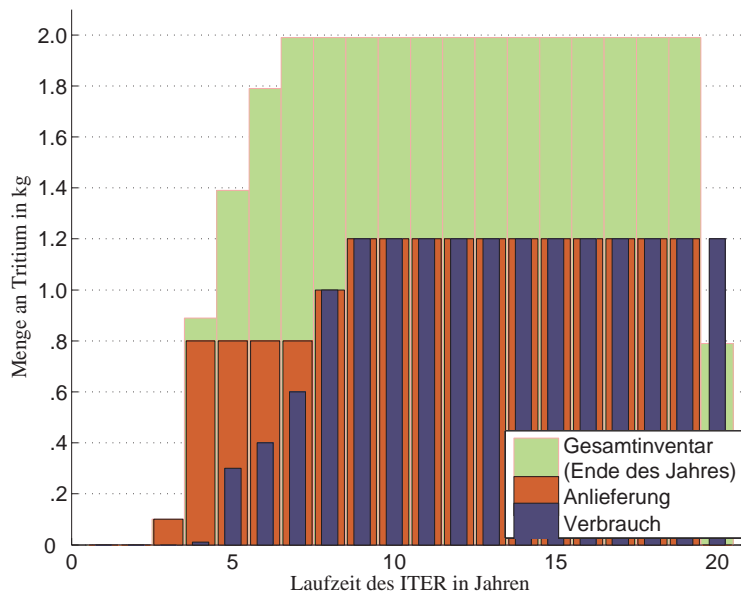
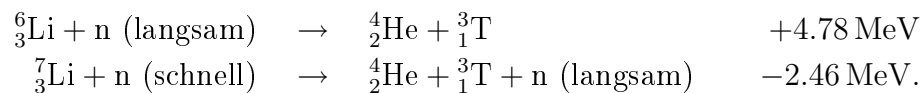


Abbildung 2.5: Die Entwicklung des Tritiuminventars im ITER über die 20 jährige Laufzeit des Experimentes. Nach Tabelle 2.2.

Fusionskraftwerk muss Tritium aus Lithium-6 erbrütet werden.



Lithium Vorkommen sind hinreichend vorhanden. Der Isotopenanteil von ${}^6\text{Li}$ beträgt 7,4%.

Mit den Tritiumbrutttests innerhalb der so genannten *Brutdecke* soll nach derzeitiger Planung (vgl. Abb.2.3) schon in der Low-Duty Phase begonnen, um dann in der High-Duty Phase erfolgreich eingesetzt zu werden. Ob in der zweiten DT-Phase, also ab dem 11. Betriebsjahr, ein Brutdecke für Tritium eingebaut wird, hängt von den vorherigen Tests sowie der Verfügbarkeit und den Kosten von externem Tritium ab (PDD 2001, Kap. 1 S. 20).

Bevor im Kapitel 2.3 auf das Problem der Messung der Tritiummenge in der Großanlage ITER eingegangen wird, soll im folgenden Kapitel ein Überblick über die für ITER relevante Tritiummesstechnik gegeben werden.

2.2 Tritium Messtechnik

Der β^- -Zerfall des Tritiums ist für dessen Nachweis sehr nützlich. Mit einer Halbwertszeit von 12,3 Jahren⁸ hat 1g Tritium eine Aktivität von $3,59 \cdot 10^5$ GBq \approx 3600 Ci. Die β^- -Strahlung hat eine maximale Energie von 18,61 keV. Für die quantitative Tritiummessung wird diese Eigenschaft genutzt. Es werden die Elektronen gezählt oder die freiwerdende Energie wird kalorimetrisch bestimmt.

Tritium ist als Isotop des kleinsten Elements sehr flüchtig und diffundiert auch in die Messgeräte, was die Messungen verfälscht. Für die Massenspektrometer ist problematisch, dass Moleküle wie HT und D₂ dieselbe Molmasse besitzen. Bevor nun die Möglichkeiten der Tritium Messtechnik genauer untersucht werden, folgen allgemeine Bemerkungen zum Messfehler.

Das Messresultat einer physikalischen Größe besitzt immer eine Messunsicherheit. Diese teilt sich in einen zufälligen und einen systematischen Anteil. Die zufälligen Unsicherheiten sind Resultate von zufälligen Schwankungen, der zu bestimmenden Größe und der Messapparatur. Der *zufällige Messfehler* wird durch die Standardabweichung σ quantifiziert. Er ist unvermeidbar und kann durch wiederholtes Messen verringert werden.⁹ Durch einen unvollkommenen Versuchsaufbau und Messgerät entsteht ein *systematischer Fehler*. Wird das Experiment vor jeder Messung neu geeicht, geht der systematische Anteil in einen zufälligen über.

Die einzelnen Messmethoden werden im Folgenden vorgestellt. Auf Probleme und Messgenauigkeit wird nach Möglichkeit anhand publizierter Erfahrungen in anderen Fusionsexperimenten und tritiumführenden Anlagen eingegangen.

2.2.1 Die PVTc Methode

Druck (p) und *Temperatur* (T) werden in einem bekannten *Volumen* (V) gemessen. Mithilfe von Gaschromatographie, einem Massenspektrometer, Laser Raman Spektroskopie, einer Ionisationskammer oder ähnlichem kann die *Konzentration* (c) des Tritiums bestimmt werden.

⁸Nach Lucas und Unterweger (2000) liegt die Halbwertszeit von Tritium bei 4500 ± 8 Tagen.

⁹Jede Messung braucht Zeit, in der die zu bilanzierende Anlage nicht betrieben werden kann. Wie klein der Fehler gemacht werden kann, ist bis zu einer technisch festgelegten unteren Grenze ein Optimierungsproblem.

KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG

Für jede PVTc Messung müssen insgesamt drei Messungen durchgeführt werden. Das *Volumen* hingegen wird nicht jedes Mal neu gemessen; es ist konstant¹⁰. Anhand der Erfahrungen im Tritium Labor Karlsruhe (TLK) wird nun an einem konkreten Fall die Messgenauigkeit der PVTc Technik diskutiert. Dort sind für die PVTc Messung drei Bilanziervolumen mit ungefähr 1, 5 und 100 l Kapazität vorgesehen. Die genauen Werte sind in Tabelle 2.3 angegeben.

Der *Druck* wird im TLK mit einem kapazitiven Membran-Absolutdruckaufnehmer¹¹ in einem Bereich von 10^{-2} bis 1000 mbar bestimmt. Die Messunsicherheit wird von Besserer (2002, S.46) mit 0,05 % des Messwertes angegeben.

1 l Behälter :	$1,490 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
15 l Behälter :	$17,181 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
100 l Behälter :	$108,000 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

Tabelle 2.3: Die Bilanziervolumen im TLK (Besserer 2002)

Die *Temperatur* wird im TLK durch ein Widerstandsthermometer¹² mit einer maximalen Toleranz von $\pm 0,35^\circ\text{C}$ gemessen (Besserer 2002, S.46). Die genaue Bestimmung der Temperatur wird durch die Zerfallswärme des Tritiums erschwert. Es bildet sich im Messvolumen ein Temperaturgradient heraus. Die Temperatur ist in der Mitte höher als am Gefäßrand.

Die Messunsicherheit einer PVTc Messung ergibt sich aus den Fehlern der Einzelmessungen.

$$\sigma_{pVTc} = \sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_V^2 + \sigma_T^2 + \sigma_c^2} \quad (2.8)$$

In einer beispielhaft durchgeführten Rechnung (vgl.Tab. 2.4) kommen Kraemer u. a. (1993) auf eine Bestimmung der Tritiummenge von $m_T = (1 \pm 0,034) \text{ g}$.

Lindsay u. a. (1987) kommen in ihrer Studie zu dem Schluss, dass ein durchschnittliches PVT-MS System¹³ sogar eine Genauigkeit von $\pm 1\%$ (3σ) erreicht (zitiert nach Kalinowski 2004, S. 146).

Die Messungenauigkeit zwei weiterer Untersuchung ist in Tab. 2.5 aufgeführt.

Im JET wurden die Mengen an Tritium, welches vom Speicher an die Experimente weitergeleitet wurde, per PVT-c Messungen bestimmt. Unabhängige Messungen mit verschiedenen Geräte von unterschiedlichen Bedienenden er-

¹⁰Konstant für den Fall, dass die Temperaturabhängigkeit im Messbereich vernachlässigbar ist.

¹¹Typ MKS Baratron 390H/270B

¹²Typ Pt-100

¹³MS - Massenspektrometer

2.2. TRITIUM MESSTECHNIK

	Rel. Fehler	Absolutwert
p	0,05 %	$55124 \pm 27 \text{ Pa}$
V	1,5 %	$0.015 \pm 2.25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$
T	0,5 %	$300 \pm 1,5 \text{ K}$
C	3,0 %	$0,5 \pm 0,015$
M_T	0,002 %	$6,0321 \text{ g/mol}$
R	0,003 %	$8,3144 \text{ J/molK}$

Tabelle 2.4: Berechnung der Unsicherheit der PVTc Methode für 1 g Tritium nach dem Beispiel von Kraemer u. a. (1993). Dabei ist C der Tritium Anteil, M_T die Masse an T_2 pro mol und R die Gaskonstante. Es ergibt sich ein Wert von $m_T = \frac{PVT M_T}{RT} = 1 \pm 0,034 \text{ g } T_2$.

Tritium Speicher	T Menge [in g]	Messfehler [in %]	Quelle
U-Getterspeicher, PVT-MS, im ETHEL	0,1-10	4,5	(Housiadass u. a. 1994)*
U-Getterspeicher, PVT-MS, im TLK	1	3-4	(Kraemer u. a. 1993)

Tabelle 2.5: PVTc Messunsicherheiten. (* zitiert nach Kalinowski 2004, S. 147)

gaben in den meisten Fällen eine Übereinstimmung von besser als 1 % (Lässer u. a. 2005, S. 340).

2.2.2 Konzentrationsmessung

Ein Verfahren für die *Konzentrationsmessung* ist die Massenspektrometrie. Die Unterscheidung nach Masse durch ein Massenspektrometer ist für Wasserstoffisotope schwierig. DD- und HT-Moleküle haben dieselbe Massenzahl. Auch gebunden im Wasser oder Kohlenwasserstoffen besteht dieses Problem. Nur die Verwendung eines *hochauflösenden Massenspektrometers* kann diese Unterscheidung leisten.

Durch den radioaktiven Zerfall von Tritium in Helium ändert sich ständig die Zusammensetzung des Gases. Je nach Ausgangsgasgemisch können die durch Zerfallswärme gespeisten radiochemischen Prozesse neue Moleküle entstehen lassen. Eine genaue Konzentrationsmessung der Gase ist somit notwendig.

Für die Tritium Konzentrationsmessung im TLK wird ein Gaschromatograph

KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG

(GC) eingesetzt. Das chromatographische Verfahren nutzt die verschiedenen Diffundierzeiten der Wasserstoffisotope. Der Einsatz ist wegen der „[...] geringe[n] Störanfälligkeit der Apparatur, [der] einfache[n] Analyse der Messdaten und [der] Tatsache, dass alle Gase von Interesse (bis auf Wasserdampf) mittels Gaschromatographie nachgewiesen werden können“ (Lässer und Grünhagen 2003), verbreitet.

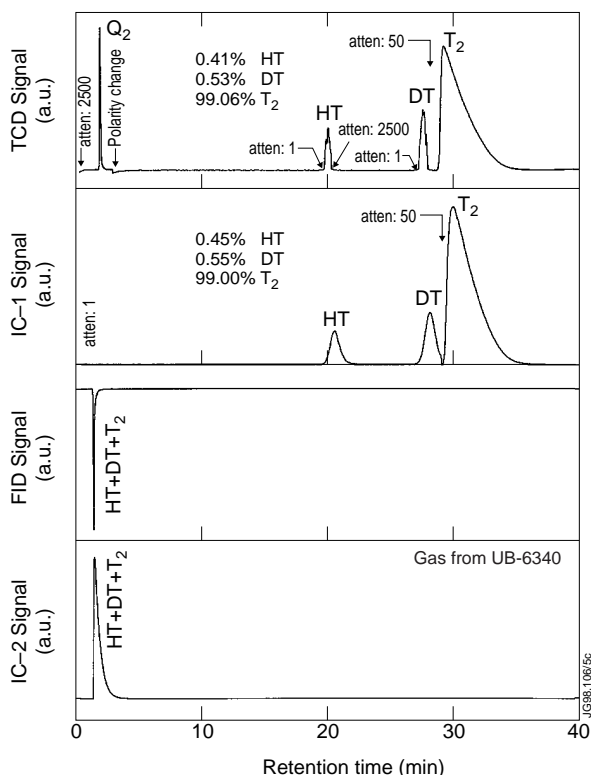


Abbildung 2.6: Chromatogramm aus (Lässer u. a. 1999b) für 99 % Tritium mit verschiedenen Detektoren des JET AN-GC.

Auch im JET wird ein GC genutzt. Das „analytical gas chromatographic system“ (AN-GC) wurde dafür ausgelegt, die Konzentrationen der Gase, die vom Torus in das „active gas handling system“ (AGHS) übergeführt werden, zu messen (Lässer u. a. 1999b). In einer Säule gelingt bei 77 K die Separation der Gase He, Q₂, Ar, O₂, N₂, CQ₄ und CO. Dabei steht das Q für die verschiedenen Wasserstoffisotope. Für die Unterscheidung der Moleküle steht ein „flow proportional counter detector“ (FPCD-1), ein „thermal conductivity detector“ (TCD) und eine Ionisationskammer (IC-1) zur Verfügung. Der FPCD wurde im JET praktisch nicht eingesetzt, da er für die Messung zu empfindlich war und schnell in Sättigung ging (Lässer u. a. 1999b, S. 4). Mit der Ionisationskammer kann hauptsächlich das Tritium detektiert werden, mit der Widerstandsmessung die anderen Gase.

Eine typische Messung ist in Abb. 2.6 gezeigt. In den oberen beiden Bildern ist zu erkennen, wie gut die Separation funktioniert. Die Signale der Widerstandsmessung und der Ionisationskammer unterscheiden sich nur um 0.06 %.

Die beiden unteren Diagramme kommen aus einem zweiten Subsystem in dem CO, CQ₄, CO₂ und höhere Kohlenwasserstoffe separiert werden. Dort wird mit einer Ionisationskammer und einem flame ionisation detector (FID) gemessen.

Auch in einem GC kann die Zurückhaltung von Wasserstoffen, insbesondere Tritium, die Messungen stören (Lässer u. a. 1999b, S.16). Ein generelles Pro-

2.2. TRITIUM MESSTECHNIK

blem der Gaschromatographie ist der Umgang mit Wasser Q_2O , welches bei der Betriebstemperatur im festen Zustand vorliegt.

Für ITER ist der Einsatz von drei *micro-GC* geplant (PDD3 2001, S.6). Diese können in knapp einer Minute die Zusammensetzungen der typischen Gasgemische in Fusionsreaktoren messen (Kawamura 2001).

Die *Ionisationskammer* misst die gesamte ionisierende Strahlung. In einem Gasgemisch am Torusauslass kann sie daher nicht tritiumspezifisch zählen. Die IC ist anfällig für Tritium, welches in die Strukturmaterialien des Messgerätes diffundiert und so die Messung verfälscht. Sie wird u. a. für die Messung kleiner Tritiumkonzentrationen bei der Überwachung der Abluft im Kamin eingesetzt.

Nach einem anderen Prinzip arbeitet die *Laser Raman Spektroskopie*. Es werden die Rotations- bzw. die Vibrationsfreiheitsgrade des Moleküls von einem Laser angeregt. Das bei der Rückkehr in den Grundzustand emittierte Spektrum identifiziert das Molekül. Innerhalb kurzer Zeit (~ 1 Minute) kann der Tritiumgehalt auf 1-3 % bestimmt werden (DOE 1999). Weiterhin sind die Mengen komplexer Moleküle, wie z.B. höhere Kohlenwasserstoffe, schwer zu quantifizieren (Lässer und Grünhagen 2003).

Bei *Szintillationsdetektoren* wird ein Szintillatormaterial verwendet, welches auf die 18,61 keV β^- -Strahlung von Tritium abgestimmt ist. Das emittierte Licht wird mit einem Photomultiplier detektiert. Neben Szintillatorkristallen werden für niedrige Tritiumkonzentrationen, wie sie bei Umweltmessungen vorkommen, auch flüssige Szintillatoren eingesetzt.

2.2.3 Kalorimetrie

Bei der Kalorimetrie wird die frei werdende Zerfallsenergie des Tritiums gemessen. 1 g Tritium produziert 0,324 W Zerfallswärme. Die Messung ist nicht tritiumspezifisch. Solange jedoch nur Tritium für die Produktion von Wärme verantwortlich sein kann, oder die anderen Quellen¹⁴ in ihrer Quantität bekannt sind, ist für die Mengenbestimmung die Konzentration und der physikalische oder chemische Zustand von Tritium unwichtig.

Die Kalorimetrie ermöglicht eine sehr genaue Bestimmung der Tritiummenge unabhängig von dem Material, in dem es gebunden ist, solange dieses in das Messvolumen des Kalorimeters passt. Die Entwicklung der Kalorimetrie in Tabelle 2.6 gibt mit der Messempfindlichkeit ein Maß für die Messgenauigkeit

¹⁴Natürlich gilt dasselbe für Wärmesenken.

KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG

Jahr	Messspanne [μ W]	Empfindlichkeit [μ W]	Empfindlichkeit [Bq]	Mess- vol.	Kalorimeter Type
1990 ^a	$1 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^6$	1 000	10^{12}		FZK isothermal
1995 ^b	$1 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^6$	1 000	10^{12}	1.2 l	ANTECH isothermal
1995 ^a	$5 - 7 \cdot 10^6$	1	10^9		Inertial guidance IGC-A
1998 ^b	$5 - 7 \cdot 10^6$	7	$7 \cdot 10^9$	0.5 l	Inertial guidance IGC-A
1999 ^b	$1 - 10 \cdot 10^6$	1	10^9	0.5 l	Inertial guidance IGC-V
1999 ^a	$-5 \cdot 10^6$	0.1	10^8		Inertial guidance IGC-V

^a(Penzhorn u. a. 2000)

^b(Yoshida u. a. 2001)

Tabelle 2.6: Entwicklung der Tritium Kalorimetrie im TLK

Gerät	Jahr	gemessene Menge	Standard- abweichung	Quelle
„In-Bed“	1995	25g	0.5%	Hayashi u. a. (1995)
„In-Bed“	2005	4g	1%*	Hayashi u. a. (2005)
„In-Bed“	2005	15g	0.4%*	Hayashi u. a. (2005)

Tabelle 2.7: Genauigkeit der „in-bed“ Kalorimetrie. Die mit * gekennzeichneten relative Fehler sind das Resultat von Messungen über mehrere Monate

an. Das „Inertial Guidance Calorimetry“ (IGC) welches unter Vakuumbedingungen (V) arbeitet, kann mit einer Empfindlichkeit von bis zu $0,1 \mu$ W die Menge an Tritium auf bis zu $0,3 \mu$ g genau quantifizieren.

Interessant ist auch die Möglichkeit, kalorimetrische Messungen direkt im Getterspeicher durchzuführen. Hierfür muss das Tritium nicht extra mobilisiert und in einen externen Speicher transferiert werden, der dann in das Kalorimeter gestellt wird. Dafür wird der Getterspeicher von einer heliumführenden Spirale durchzogen. Mit dem Helium wird die Zerfallswärme aus dem Getterspeicher abgeführt. Durch die Messung der Temperaturdifferenz des durchströmenden Heliums vor und nach dem Speicher lässt sich die Anzahl der Zerfälle berechnen. Diese Art der Kalorimetrie wird als „in-bed“ Kalorimetrie bezeichnet.

Die Getterspeicher im ITER sollen mit dieser Art von kalorimetrischen Messgeräten ausgestattet werden. Es ist noch unklar, ob die in Japan entwickelten ZrCo- oder die Urangetterspeicher Verwendung finden werden (vgl. Kapitel 2.1.2) .

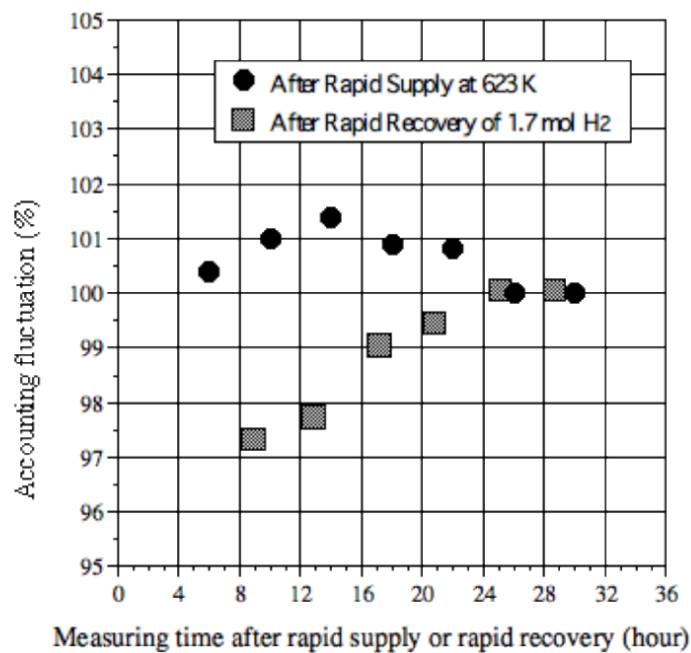


Abbildung 2.7: Messunsicherheit der „in-bed“ Kalorimetrie nach schneller Lieferung und Abgabe von Tritium als Funktion der Messperiode (Yoshida u. a. 2001).

Die Messunsicherheit wird bei voller Beladung (100 g) von Cristescu u. a. (2005) mit 1 % bei einer Messzeit von 24 Stunden angegeben. Hayashi u. a. (2005) geben für wiederholte Messung einen Messfehler von 0,15 g (2σ) bei einem Inventar von 25 g an. Die Messgenauigkeiten sind in Tabelle 2.7 zusammengefasst. Ist die Messzeit begrenzt, so ändert sich die Genauigkeit der Inventarisierung mit der in Abbildung 2.7 gezeigten Abhängigkeit.

2.2.4 Weitere Methoden

Die Menge eines Flusses von Gasen wird oft mit einem „mass flow meter“ gemessen. Die Genauigkeit von qualitativ hochwertigen Messgeräten wird mit einer Genauigkeit von 0,2 % bis 0,5 % angegeben. Sie haben allerdings oft Probleme mit Temperaturschwankungen und einem Nulldrift. Für die Messung mit Tritium sind oft keine Kalibrierungsfaktoren vorhanden und eine Degeneration der Messgeräte konnte beobachtet werden (vgl. Lässer u. a. 2005; Lässer und Glugla 2003).

Die für die Flussmessung nötige Konzentrationsmessung kann per Laser-

KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG

Raman Spektroskopie getätigt werden. In Messungen von O'HIRA u. a. (2006) haben sie Detektionsgrenzen von 0,3 kPa für Wasserstoffisotope bei einer Messzeit von 120 s gefunden. Unter Atmosphärendruck entspricht dies einer Detektionsgrenze von 0,3 %.

2.3 Tritiummessung im ITER

In diesem Kapitel wird abgeschätzt, wie genau die in Kap. 2.1 vorgestellten Tritium Inventare und Flüsse im ITER bestimmt werden können.

2.3.1 Tritium Anlieferung

Die Anlieferung von Tritium ist von dem messtechnischen Standpunkt gesehen sehr gut quantifizierbar. Das Tritium ist einem kleinen Behältnis eingeschlossen und es besteht genügend Zeit den Tritiuminhalt zu bestimmen. Nach Yoshida u. a. (2001, S.318) wird das Tritium voraussichtlich in ZrCo Getterspeichern angeliefert und bei der Übertragung in das LTS bilanziert.

Penzhorn u. a. (2000) schlagen vor, in ITER ähnlich wie im TLK vorzugehen. Die Amersham Transport Behältnisse werde dort zuerst per Kalorimetrie ausgemessen und dann mit einer PVTc Messung validiert, wobei hierfür der Gaschromatograph genutzt wird.

Mit der Genauigkeit der kalorimetrischen Messungen insbesondere im TLK (vgl. Tabelle 2.6) scheint eine Inventarisierung nicht schwer. Typische Sender–Empfänger Differenzen für das TLK liegen in der Größenordnung von 1 % (Cristescu u. a. 2005, Seite 32)¹⁵.

Die Erfahrungen mit der Problematik der Sender–Empfänger Differenz sind auch während der DTE1 Experimenten im JET gemacht worden. Das Tritiuminventar wurde dafür von 3 g auf 20 g aufgestockt. Die Anlieferung erfolgte nach Lässer u. a. (1999a, S. 179) in vier Amersham Urangetterspeichern. Die empfangenen Lieferungen wurden kalorimetrisch vermessen und keine Lieferung unterschied sich um mehr als 0,3 % von den Werten des Lieferanten (CRNL¹⁶).

¹⁵Die Anlieferung im TLK erfolgt in Amersham Urangetterspeichern mit einer Kapazität von 5 g.

¹⁶Chalk River Nuclear Laboratory (Ontario, Canada)

2.3. TRITIUMMESSUNG IM ITER

Penzhorn u. a. (2000) beschreibt, dass die vergleichende Messung eines Amersham Tritiumbehälters mit drei verschiedenen Kalorimetern am TLK in Karlsruhe, sowie jeweils einer Messung im ESARDA¹⁷ in Ispra und im JET in Culham eine Abweichung von nicht mehr als 0.5 % ergab.

Angelehnt an diese Erfahrungen soll für Analyse von Bilanzierungssystemen in dieser Arbeit angenommen werden, dass die angelieferten Mengen Tritium auf 0,1 % genau bestimmt werden können.

Wird die PVTc Methode genutzt, um den Inhalt eines Getterspeichers zu bestimmen, ist zu beachten, dass immer Tritium im Speicher zurückgehalten wird. Der Anteil des Tritiums, der durch Erhitzen aus dem Getter mobilisiert werden kann, variiert und ist insbesondere niemals gleich Eins (vgl. S. 16).

2.3.2 Tritium Inventarisierung

Für die Untersuchung der Genauigkeit der Tritiuminventarisierung ist sicherlich der Zweck zu berücksichtigen. Für die Durchführung von Sicherungsmaßnahmen, den safeguards, ist eine Inventur im Zeitrahmen von mehreren Monaten oder einem Jahr genügend. Die Betreiber vom ITER wollen das Tritium Inventar vom ITER hingegen täglich bestimmen (Yoshida u. a. 2001, S.318).

Die für ITER geforderte Zielgenauigkeit liegt bei ± 1 %. Dieses soll mit der in Kap. 2.2.3 vorgestellten integrierten kalorimetrischen Messungen erreicht werden.

Für die Messung der Tritiumbestände per Kalorimetrie muß das gesamte Tritium aus der Anlage in den Getterspeichern gesammelt werden. Aufgrund der Rückhaltung von Tritium in den verschiedenen Materialien, insbesondere innerhalb des Toruses ist dieses Vorgehen nicht ausreichend.

Vor dem Start der DTE1 Experimente in JET wurde die Menge an Tritium im AGHS¹⁸ bestimmt. Einmal mit Kalorimetrie und einmal mit PVTc Messung. Die Übereinstimmung betrug 0,5 % bei einer Menge von ungefähr 20 g Tritium (Lässer u. a. 1999a, S. 180).

Während der 1997 stattfindenden DTE1 Phase wurde ungefähr alle zwei Wochen die Tritiummenge im JET gemessen. Dadurch konnte festgestellt werden, dass eine große Menge an Tritium im Torus zurückgehalten wurde

¹⁷European Safeguards Research and Development Association

¹⁸Active Gas Handling System

KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG

(vgl. Kapitel 2.3.5). Die Messungen wurden per PVT-GC durchgeführt. Vergleichende Messungen per Kalorimetrie ergaben eine Übereinstimmung von nur 10 % (Lässer u. a. 1999a, S. 197).

Mit geringeren Tritiummengen wurde während der Tritium Tracking Experimente (TTE) 2003 gearbeitet. Das Gesamtinventar des AGHS von 10 g konnte mit einer Genauigkeit von 10 % bestimmt werden (Jones u. a. 2002).

Die für ein Safeguardsystem nötige Inventarisierung kann zwischen den Experimenten stattfinden. Es besteht genug Zeit das Tritium im SDS zu sammeln und durch Messungen vor Ort und mögliche Probenentnahmen den Rückhalt im Torus zu bestimmen. Der Wert von $\pm 1\%$ Genauigkeit ist für eine solche Art von Inventur plausibel und soll für die Untersuchung von Bilanzierungssystemen ab Kap. 3 genutzt werden.

Die Bestimmung des Tritium Inventars wird benötigt, um die Einhaltung der Grenzwerte für mobilisierbares Tritium¹⁹, welches im Falle eines Unfalls freierwerden könnte, zu garantieren. Im schlimmsten Fall der Freisetzung dieses Tritiums soll die umliegende Bevölkerung nicht evakuiert werden müssen. Der entsprechende Grenzwert dafür liegt bei einer Äquivalentdosis von 10 mSv. Die danach für ITER festgelegten Grenzwerte liegen bei einer Menge von maximal 450 g für den Torus. Diese werden aufgeteilt in 330 g in den „Plasma Facing Components“ (PFC) und 120 g in den Cryopumpen (Bell u. a. 2003). Die geplanten maximalen Tritium Inventare für die anderen einzelnen Komponenten sind in Tabelle 2.8 aufgeführt. Hinzu kommen voraussichtlich noch 0,7 g pro Kühlkreislauf (Gastaldi u. a. 2003).

2.3.3 Tritium Abbrand

Tritium fusioniert während des Experimentes zum chemisch inerten ⁴Helium. Den Umsatz von Tritium in seiner Quantität ist Gegenstand intensiver Beobachtung in den Experimenten im Fusionsreaktor. Der direkte Weg erfolgt über die Detektion des von dem Heliumkern ausgeschlossenen Neutrons, welches mit 14 MeV die Toruswand penetriert.

Mit einer Vielzahl von Neutronendetektoren wird das Plasma unter ständiger Beobachtung gehalten. Neutronenkameras die in vertikaler als auch radialer Richtung blicken. Mikro-Spaltkammern, Neutronen Aktivierungs Systeme sowie interne, externe und Divertor-Neutronenstrommonitore; große und

¹⁹ mobilizable tritium inventory

2.3. TRITIUMMESSUNG IM ITER

Type of inventory	T [in g]
In-vessel	
Mobilizable in-vessel (in PFC's, dust, co-deposited etc.)	330 ^a
Cryopumps open to VV ^b	120
Subtotal in-vessel	450 ^c
Fuel cycle	
Pellet fuelling (PIS)	45
Gas fuelling (GIS)	10
Mechanical vacuum pumps (VPS)	20
Torus exhaust processing (TEP)	30
Isotope separation system (ISS)	220
Test blanket module tritium recovery (TBM-TRS)	~ 15
Water detritiation (WDS)	~ 10
Atmosphere detritiation (ADS)	~ 1
Gas analysis (ANS)	~ 2
Estimated subtotal for FC systems	~ 353
Subtotal for fuel cycle (Project guideline)	450
Long term storage	2 · 450
Hot cell and waste treatment	200
Tritium recovery and waste storage	50
Subtotal, hot cell and waste treatment	250

^aExcluding T bred in beryllium: 125g (immobile for $T < 600C$)

^bvacuum vessel

^cProject administrative guideline (less stringent assessment values to account for uncertainties have been established). The total site inventory will be limited to 3kg.

Tabelle 2.8: *Tritiuminventare in ITER. (Maximale Werte pro Komponente, treten nicht alle gleichzeitig auf.) (Murdoch u. a. 2005)*

KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG

kompakte Neutronenspektrometer mit Szintillatormaterialien aus Diamant, Stilben oder NE-213 Detektoren. Das Ziel ist es, den gesamten Neutronenfluss und damit die gesamte Fusionsenergie, mit einer Zeitauflösung von 1 ms auf 10 % Genauigkeit zu bestimmen (Krasilnikov u. a. 2005, S. 2) (ITER u. a. 1999).

Von dem gesamten Neutronenfluss kann auf den Tritiumverbrauch geschlossen werden, falls das Verhältnis von Neutronen aus Reaktionen mit Tritium n_T zu denen ohne Tritium n_D bekannt ist. Die Messung des Quotienten aus den Neutronen wird von dem großen Neutronen Detektor übernommen. Bei einer Zeitauflösung von 100 ms soll eine Genauigkeit von 20 % erreicht werden.

Das DT-Isotopenverhältnis kann auch durch die Beobachtung der Balmer D_α und T_α Linie bestimmt werden. Eine andere Methode ist es, einen kurzen, niedrig energetischen Neutralteilchenstrahl zu injizieren. Bei bekannter Elektronendichte n_e und Temperatur T_e kann von dem Neutronenemissionsprofil auf die Tritiumkonzentrationen zurückgeschlossen werden. Erreichte Genauigkeiten für den Tritiumanteil im JET lagen bei 1-5 % abhängig von der Konzentration und der benutzten Methode (Maas u. a. 1999, S.18).

Ergebnisse der Messung der 14 MeV Neutronen sind zum Beispiel von Wesson (2004, S.529) abgedruckt. Bei diesem JET Experiment²⁰ ist die Spitzenrate mit ungefähr $6,2(+1, - 0,7) \cdot 10^{17} \text{ s}^{-1}$ angegeben.

Es ist denkbar das der Abbrand aus der Differenz des eingelassenen Tritiums und der Menge, die aus dem Torus extrahiert wird, berechnet wird. Prinzipiell muss zusätzlich ein möglicherweise vorhandener Rückhalt von Tritium berücksichtigt werden.

Die eingelassene Menge an Tritium durch Gas-Injektion kann bei bekannter Konzentration durch die Druckänderung im Versorgungssystem ermittelt werden. Nach Lässer u. a. (2005, 342) wird sie allgemein durch „mass flow meters“ bestimmt. Wird der Wasserstoff in anderen als den drei vorhandenen Konzentrationen benötigt, wird er entsprechend gemischt, und kann nur durch „mass flow controllers“ mit zusätzlicher Konzentrationsbestimmung gemessen werden (PDD 2001, Kap. 3.1, S. 3). Nach Kapitel 2.2.4 sind hierfür keine hohen Genauigkeiten zu erwarten.

Es ist derzeit nicht geplant, das Tritium, welches von den Cryopumpen eingesammelt und an das TEP weitergeleitet wird, zu bestimmen. Eine Messung wird durch hohe Gasströme mit verschiedenen auch radioaktiven Materialien

²⁰1992 veröffentlicht

2.3. TRITIUMMESSUNG IM ITER

in variierenden Konzentrationen auch schwierig.

Vorschläge zur Erhöhung der Bestimmung des Tritium Abbrandes sind gemacht worden. Lässer u. a. (2005, S. 341) schlagen vor, zusätzlich die Abgase am Ausgang des TEP per PVT micro-GC zu bestimmen. Dafür wollen sie die Zwischenspeicher verdoppeln. Während einer gefüllt wird, beliefert der jeweils andere das ISS bzw. das SDS. In dem Moment, in dem getauscht wird, wollen sie die Messung durchführen.

In den TTE des JET sollte der umgekehrte Weg beschritten werden. Aus der Differenz zwischen Tritium Einlass und Ausstrom des Torus sollte die Menge an Tritiumrückhaltung bestimmt werden. Jedoch waren die Fehler der IC und AN-GC Messungen größer als die zu erwartende Rückhaltung von 20% der eingelassenen 3,8 g Tritium (Jones u. a. 2002).

Inventar	Fehler
Anlieferung	0.1 %
PIV	1.0 %
Abbrand	10.0 %

Tabelle 2.9: Die angenommenen Messunsicherheiten in ITER

Im ITER hingegen ist ein Einlass von 0.27 g Tritium pro Sekunde während der Pulsdauer geplant, für die ersten 10 Jahre ist das ein Durchsatz von ungefähr 1420 kg an Tritium durch den Torus (Lässer u. a. 2005).

Die Messfehler in der Bestimmung des Tritium Abbrandes von ITER wird für die weiteren Analysen dieser Arbeit auf 10% festgesetzt. Ausschlaggebend sind die geringen Ziele für die Genauigkeit der Neutronendetektion und die hohen Durchsatzmengen, die die Messung der Differenz zwischen Ein- und Auslaß nicht praktikabel erscheinen lassen.

2.3.4 Tritium Inventaränderungen

Neben der Lieferung von Tritium (vgl. Kap. 2.3.1) und der Fusion von Tritium (vgl. Kap. 2.3.3) gibt es noch weitere Zu- und Abgänge von Tritium.

Abgänge:

- Tritium Abbrand.
- Tritium Zerfall.
- Tritium Abgabe an die Umwelt durch Abwässer und Abluft.
- Tritium im Abfall.
- Tritium Lieferungen an andere Einrichtungen.

KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG

Zugänge:

- Die Anlieferung von Tritium
- Das Erbrüten von Tritium aus Lithium.
- Das Entstehen von Tritium durch DD Reaktionen.
- Das Entstehen von Tritium als Spaltprodukt.

Der *Zerfall* von Tritium ist bekannt (vgl. Kapitel 2.1.3). Er kann direkt aus dem zeitlichen Verlauf der Tritiuminventare berechnet werden.

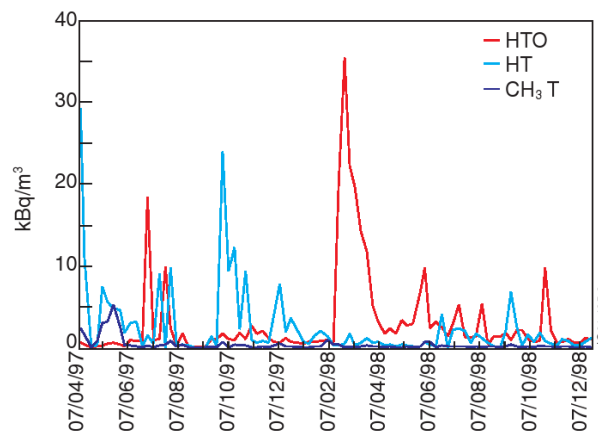


Abbildung 2.8: Tritium Konzentration in der Abluft des AGHS Gebäudes in kBq/m^3 . Aus Bell u. a. (2001)

Während der DTE1 Experimente am JET wurde 2,7 TBq ($< 0,01\%$ des Durchsatzes von 100g) in die Atmosphäre freigesetzt. Die gemessene Tritiumkonzentration in der AGHS-Gebäude Abluft ist in Abb. 2.8 aufgetragen (Bell u. a. 2001). Zusätzlich wurden mit dem Entfernen der Luftfeuchtigkeit aus der Reaktor Halle durch eine Klimaanlage 0,16 TBq Tritium in den Fluß Thames gleitet (Bell u. a. 2001).

Durch verbesserte Detritiation²¹ ist am TLK gezeigt worden, dass bei einem Inventar von 35 g ein Detritiationsfaktor von 10^8 erreicht werden konnte (Yoshida u. a. 2001). Für ITER ist ein Detritiationsfaktor von 10^4 geplant (PDD 2001, Kap. 3.1, S. 29).

Der radioaktive Abfall soll im ITER in einem eigenen Gebäuteteil gelagert werden. Das Inventar von diesem ist nach Tabelle 2.8 maximal 250 g. Der Tritiumgehalt dieses Mülls ist im Gegensatz zum Abbrand auch im Nachhinein

²¹Die Abreicherung des Tritiumanteiles im Wasser.

2.3. TRITIUMMESSUNG IM ITER

noch bestimmbar. Jedoch besteht der Müll aus verschiedensten radioaktiven Isotopen. Eine alleinige Messung über die Zerfallswärme scheidet zur Bestimmung der Tritiummenge daher aus. Über die Entnahme und Analyse von Materialproben kann der Tritiumgehalt abgeschätzt werden. Bei Bilanzierungsrechnungen für das TLK wurden von Avenhaus und Spannagel (1992) eine Standardabweichung von $\sigma_A = 20\%$ angenommen.

Die Tritiumlieferungen an andere Einrichtungen werden voraussichtlich erst während oder nach dem Ende der Laufzeit von ITER getätigt. Das Problem der Genauigkeit in der Bestimmung der Tritiummenge ist analog dem der Anlieferung in Kapitel 2.3.1.

Neben der Zulieferung, wird sich das Tritiuminventar voraussichtlich hauptsächlich durch die Brut von Tritium aus Lithium ändern. Die Menge an Tritium die im ITER erbrütet wird, ist schwer abzuschätzen. In den Brutdecken Tests der ersten 10 Jahre wird die Menge gering sein. Sollte in den darauf folgenden Jahren die Tritiumbrut einen Großteil der Tritiumversorgung von ITER ausmachen, so wird die Menge proportional zum Abbrand sein. Die großzügig gewählte Standardabweichung für den Abbrand, kann als Summe der Fehler von Abbrand und Brut betrachtet werden.

Probleme in der Mengenbestimmung des erbrüteten Tritiums sind, dass unter dem Neutronenbeschuß eine Vielzahl von anderen aktivierten Materialien im Brutmaterial zu finden sein wird. Weiter ist es möglich, dass Tritium aus dem Brutmaterial in den Torus diffundiert und umgekehrt. Möglicherweise wird die beste Genauigkeit dadurch erreicht, dass das Lithium bilanziert wird.

Bei der Entstehung von Tritium durch DD Reaktionen (vgl. Kapitel 2.1) gilt für die Quantifizierung dasselbe, wie für den Abbrand (Kapitel 2.3.3). Ist der Anteil der Reaktionen für eine Experimentklasse bekannt, kann die Anzahl aus dem Gesamtneutronenfluss berechnet werden.

Die Entstehung als *Spaltprodukt* in Folge von Neutronenanregung, kann in verschiedenen Zerfallsketten vorkommen. Mengenabschätzung sind dem Autor nicht bekannt.

Für die Materialbilanzierung ist die absolute Standardabweichung der einzelnen Tritium Zu- und Abgänge wichtig. Wird kein Tritium erbrütet, ist die Anlieferung von Tritium der größte Inventaränderung. Wie in Kapitel 2.3.1 diskutiert soll er mit einer Standardabweichung von 0.1 % genau bestimmbar sein. Mengemäßig an zweiter Stelle steht sicherlich die Fusion von Tritium, wird viel Tritium erbrütet und verbrannt, ist der Abbrand sogar der größte Tritiumfluss. Hinzu kommt, dass wie in Kapitel 2.3.3 gefunden, die Bestimmung des Abbrandes nicht sehr genau ist. Damit ist die absolute Standard-

2.3. TRITIUMMESSUNG IM ITER

	TFTR	JET (DTE1)
T Einlass NBI	3,1 g	0,6 g
T Einlass GIS	2,1 g	34,4 g
Zurückgewonnens T	2,6 g	11,5 g
Anfängliche T Zurückhaltung (Sättigung der Wand & Isotopen Austausch)	≈ 90 %	≈ 40 %
Langzeitzurückhaltung (trotz D Spülung)	51 %	17 %
T Verbleib im Torus	0,85 g (4/98)	4,2 g (7/98)
Langzeit Zurückhaltung	16 % (4/98)	12 % (7/98)
		6 % (12/99)
Durchschnittliche D Zurückhaltung (zum Vgl.)	≈ 40 %	≈ 10 – 15 %

Tabelle 2.10: Tritium Zurückhaltung im Torus (Skinner u. a. 2001, S.1)

Die Ursache der hohen Tritiumrückhaltung waren die Begrenzungsplatten aus Kohle. Das Tritium wurde im Kohlenstoffstaub und in Kohlenstoffflocken zurückgehalten, welche durch Wechselwirkungen des Plasmas mit der Wand entstanden sind. Diese Flocken haben im JET eine hohe spezifische Aktivität von mehr als 1 TBq/g und setzten mit einer Rate von 2,5GBq pro Stunde pro Gramm Tritium frei (Bell u. a. 2001; Knipe 2000).

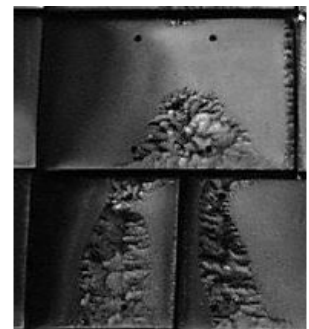


Abbildung 2.10: TFTR Begrenzungsplatten aus Kohle mit Flockenbildung. (C.A.Gentile u. a. 1999)

Im TFTR wurde, wie in Tabelle 2.10 aufgeführt, mit kleineren Tritiummengen gearbeitet. Die Problematik der Tritiumrückhaltung konnte analog zu JET beobachtet werden. In Abbildung 2.10 ist die Flockenbildung an den Begrenzungsplatten im TFTR gezeigt. Das Problem der Tritiumrückhaltung im TFTR wird von C.A.Gentile u. a. (1999) beschrieben.

Das Material, welches von den Wandmaterialien erodiert, wird wegen der längeren Pulsdauern und Gesamtlaufzeit in ITER um einen Faktor 1000 höher erwartet als in bisherigen Tokamaks (Federici u. a. 1999, S.16). Die Verwendung von Kohlenstoff in Abschirmplatten soll daher begrenzt werden. Simulationen für ITER ergaben eine Deposition von 10-20 g Tritium pro 1000 s Puls (Federici u. a. 1999, S.25).

Skinner u. a. (2003) äußern die Sorge, dass durch die Tritium Ablagerung schon nach einer Woche das Tritiumlimit von 350 g für den Torus erreicht sein könnte. Trotz der nächtlichen Rückgewinnung von Tritium aus dem Torus.

KAPITEL 2. TRITIUM INVENTARISIERUNG

Zum Abschluß ein Zitat, welches zeigt, dass die Materialbilanzierung die Option für die Bestimmung der Tritiumrückhaltung im Torus ist.

Most of our knowledge on long-term fuel retention is from post mortem surface analysis of tiles, which will, however, not be possible in ITER. Thus the evaluation of gas balance data in present tokamaks is of high priority to establish the technique and database for ITER, in which gas balance will very likely be the dominant technique to assess the fuel retention. (Loarer u. a. 2004, S.1)

Die in den folgenden Kapiteln 3 und 4 gewonnenen Erkenntnisse sind somit mehr als nur ein Safeguardinstrument gegen Abzweigung.

Kapitel 3

Materialbilanzierung einer Inventurperiode

Die Materialbilanzierung ist eine Standardmethode der IAEA und der EURATOM zur Überwachung von nuklearen Materialien (vgl. Kap. 1). Ziel der Materialbilanzierung ist festzustellen, ob Material nicht wie deklariert verwendet wurde.

Die Bilanzierung von nuklearen Materialien im Allgemeinen wird von Avenhaus (1986, Kap. 3) sowie Avenhaus und Canty (1996, Kap. 7) beschrieben. Die in den Kapiteln 3.1 bis 3.3 dargestellten statistischen Grundlagen halten sich nahe an der Vorgehensweise von Avenhaus. Die Anwendung auf Tritium in Fusionsreaktoren folgen in den Kapiteln 3.5 und 3.6.

Die Schritte der Materialbilanzierung sind:

1. Einteilung der Anlage in zu bilanzierende Bereiche.
2. Aufstellen der Bilanzgleichungen für diese Bereiche.
3. Behandeln der Variablen der Bilanzgleichung als Zufallsvariablen.
4. Aufstellen von Hypothesen.
5. Testen der Hypothesen.

Im ITER sind derzeit zwei Bilanzbereiche vorgesehen, der eine ist das LTS und der andere der ganze Rest der tritiumführenden Anlage (mehr dazu im Kapitel 3.4). Für die Anwendung von Überwachungsmaßnahmen zur Entdeckung von möglichen Tritiumabzweigungen ist es ausreichend, die gesamte ITER-Anlage als einen einzigen Bilanzbereich zu betrachten.

3.1 Aufstellen der Bilanzgleichungen

Wird die Menge an Tritium im ITER, dem Bilanzbereich, zu einem bestimmten Zeitpunkt t_i bestimmt¹, so ist dies das *physikalische* oder *reale Inventar* I_i des Bereichs. Dies wird in der englischen Literatur als *physical inventory verification* (PIV) bezeichnet. Zur Bilanzierung eines Zeitraumes $[t_0, t_1]$ wird das Inventar zum Anfangszeitpunkt t_0 und zum Endzeitpunkt t_1 gemessen. Des Weiteren muss der Materialfluss, die Summe² A der Zu- und Abgänge in oder aus dem Bereich, in diesem Zeitraum gemessen werden. Zum Endzeitpunkt t_1 kann nun das *Buchinventar*

$$B = I_0 + A \quad (3.1)$$

angegeben werden. Der Vergleich des Buchinventars mit dem realen Inventar³ zum Zeitpunkt t_1 wird als *Bilanzgleichung*

$$Z := B - I_1 \quad (3.2)$$

für den Zeitraum $[t_0, t_1]$ angegeben.

Die Differenz Z zwischen Buch- und physikalischem Inventar zum Zeitpunkt t_1 ist im Allgemeinen aus zwei Gründen ungleich Null. Zum einen sind die Messwerte der Inventare und Tritiumflüsse fehlerbehaftet. Zum anderen kann es im betreffenden Zeitraum zu (erstmal unberücksichtigten) Änderung des Inventars im Bilanzbereich kommen. Diese Änderung kann entweder aus zufälligen Fluktuationen der Menge des messbaren Tritiums entstehen oder es hat eine heimliche Entwendung von Tritium gegeben. Zufällige Fluktuationen können dadurch entstehen, dass ein Teil des Materials einer Messung nicht zugänglich ist. In dieses „versteckte Inventar“ kann Material aus der Bilanzgleichung verschwinden, aber auch wieder hervorkommen.

Ist die Bilanzgleichung negativ, kann gefolgert werden, dass mit der Inventarisierung zum Zeitpunkt t_0 nicht das gesamte Inventar erfasst wurde. Die Differenz könnte insbesondere auf nicht mehr vorhandenes Tritium zurückzuführen sein. Dies ist der Grund, warum die Gleichung 3.2 oft als *material unaccounted for* (MUF) bezeichnet wird. Diese Interpretation ist jedoch irreführend, da in den meisten Fällen von $Z \neq 0$ das Material schon gemessen

¹gemessen

² A steht dabei für Anlieferungen, Abgänge, Abfall, Abbrand von Tritium und den nicht mit A beginnenden Flüssen aus Kapitel 2.3.4

³Das *reale Inventar* auch als physikalisches Inventar bezeichnet, ist das, welches durch eine Messung des Gesamtinventars bestimmt wird.

3.2. BESCHREIBUNG DER VARIABLEN ALS ZUFALLSVARIABLEN

und damit „accounted for“ ist, jedoch mit Messfehlern behaftet ist.⁴

Das Problem für ein Safeguardsystem stellt sich nun wie folgt: Wie kann bei einer nichtverschwindenden Bilanzgleichung (Gl. 3.2) festgestellt werden, ob diese Differenz nur aus Messfehlern und zufälligen Fluktuationen des Inventars besteht oder ob heimlich Material aus dem Bilanzbereich entnommen wurde?

Die Frage kann mit einer stochastischen Beschreibung und statistischer Testtheorie behandelt werden.

3.2 Beschreibung der Variablen als Zufallsvariablen

Die stochastische Beschreibung von Avenhaus beginnt damit, dass das Startinventar I_0 , die Summe der Materialflüsse A und das Endinventar I_1 als Zufallsvariablen (ZV) beschrieben werden. Die Zufallsvariablen werden für die weitere Analyse in den Erwartungswert und einen Fehler zerlegt.

$$\begin{aligned} I_0 &= E[I_0] + e_{I_0} \\ A &= E[A] + e_A \\ I_1 &= E[I_1] + e_{I_1} \end{aligned} \tag{3.3}$$

Wobei $E[I_0]$ der Erwartungswert von der Messung des Inventars I_0 und e_{I_0} der *zufällige Fehler* der Messung von I_0 ist. Es soll angenommen werden, dass es nur Fehler gibt, die zufällig verteilt sind⁵. Dann ist der Erwartungswert des Inventars gleich dem „wahren“ Wert des Inventars. Dasselbe gilt für A und I_1 . Die Verteilung der zufälligen Fehler wird als bekannt vorausgesetzt.

Nach der Definition der Variablen in Gl.3.3 gilt:

$$E[e_{I_0}] = E[e_A] = E[e_{I_1}] = 0 \tag{3.4}$$

Weiter wird angenommen, dass die Varianz und Kovarianz der Messfehler

⁴Avenhaus (1986, Fußnote S.46) schlägt vor, besser von einem „book-physical inventory difference“ zu sprechen, welches die Gl.3.2 besser charakterisiert. Die Übersetzung in buch-physikalische Inventardifferenz ist jedoch problematisch. Was soll denn Buchphysik bedeuten? In der deutschen Literatur wird der Begriff MUF verwendet

⁵Systematische Messfehler können durch neues Kalibrieren der Messgeräte vor jeder Messung in einen zufälligen Fehler überführt werden.

KAPITEL 3. MATERIALBILANZIERUNG EINER PERIODE

bekannt sind:

$$\begin{aligned}\text{Var}(e_{I_0}) &=: \sigma_{I_0}^2 \\ \text{Var}(e_A) &=: \sigma_A^2 \\ \text{Var}(e_{I_1}) &=: \sigma_{I_1}^2\end{aligned}\tag{3.5}$$

Die schon erwähnten „versteckten Inventare“ können während der Bilanzperiode $[t_0, t_1]$ das Inventar zufällig wachsen oder schrumpfen lassen. Diese Art von *zufälliger Fluktuation* L der Inventare kann als Zufallsvariable mit verschwindendem Erwartungswert geschrieben werden:

$$\text{E}[L] = 0, \quad \text{Var}(L) =: \sigma_L^2\tag{3.6}$$

Diese Fluktuation ist einer der möglichen Gründe für ein Nichtverschwinden der Bilanzgleichung.

3.3 Aufstellen und Testen der Hypothesen

Avenhaus (1986, S.50) nimmt nun weiter an, dass nur *Messfehler* oder *zufällige Fluktuationen* mit den Eigenschaften (3.5) und (3.6) als Grund für eine Differenz zwischen Buch- und gemessenem Inventar auftreten, d.h. dem Nichtverschwinden der Gleichung (3.2). Deshalb muss nach der Materialerhaltung

$$\text{E}[I_0] + \text{E}[A] - \text{E}[I_1] = L\tag{3.7}$$

gelten. Dies ist die Idee der *Nullhypothese*. Der Erwartungswert für die Bilanzgleichung Z kann nun aus der Gl.3.2 mit Hilfe von Gl.3.3 berechnet werden:

$$\begin{aligned}Z &= \text{E}[I_0] + e_{I_0} + \text{E}[A] + e_A - \text{E}[I_1] - e_{I_1} \\ &= L + e_{I_0} + e_A - e_{I_1}.\end{aligned}\tag{3.8}$$

Nach dem Einsetzen der Materialerhaltung (Gl.3.7).

Für den Erwartungswert der Materialbilanzgleichung nach Gl.3.5 und Gl.3.6 gilt dann:

$$H_0 : \text{E}[Z] = \text{E}[L] = 0\tag{3.9}$$

Dies ist die *Nullhypothese* H_0 . Sie besagt, dass der Grund des Nichtverschwindens der Materialbilanzgleichung an zufälligen Messfehlern sowie an zufälligen Fluktuationen des Inventars liegen kann.

3.3. AUFSTELLEN UND TESTEN DER HYPOTHESEN

Die Varianz der Bilanzstatistik Z berechnet sich nach Gleichung 3.8 zu

$$\begin{aligned}\sigma_Z^2 := \text{Var}(Z) &= \sigma_{I_0}^2 + \sigma_A^2 + \sigma_{I_1}^2 + \sigma_L^2 \\ &+ 2 \text{Cov}(e_{I_0}, e_A) - 2 \text{Cov}(e_{I_0}, e_{I_1}) - 2 \text{Cov}(e_A, e_{I_1}) + \\ &+ 2 \text{Cov}(e_{I_0}, e_L) + 2 \text{Cov}(e_A, e_L) - 2 \text{Cov}(e_{I_1}, e_L).\end{aligned}\quad (3.10)$$

Für den Fall von unabhängigen Messungen verschwinden die Kovarianzen.

$$\sigma_Z^2 = \sigma_{I_0}^2 + \sigma_A^2 + \sigma_{I_1}^2 + \sigma_L^2. \quad (3.11)$$

Die Nullhypothese muss überprüft werden. Die physikalische Grundlage entscheidet darüber, welche Art von Signifikanztest durchgeführt wird. Um die Akzeptanz oder Verwerfung der Nullhypothese geht es z.B. bei der Bilanzierung des CO₂-Haushalts der Atmosphäre. Bei der Tritiumbilanzierung hingegen wird die Nullhypothese gegenüber einer explizit formulierten Alternativhypothese, der Möglichkeit Tritium abzuzweigen, geprüft.

Der Test auf Signifikanz kann durch die Einführung einer *Signifikanzschwelle* s ausgeführt werden. Wird diese Schwelle von einer Realisierung⁶ der Bilanzgleichung \hat{Z} nicht überschritten, gibt es keinen Grund die Hypothese H_0 zu verwerfen.

$$H_0 \text{ trifft zu falls } \hat{Z} \leq s \quad (3.12)$$

Der Bereich, in dem die Schwelle s nicht überschritten wird und die Nullhypothese gilt, ist das *Vertrauensniveau*:

$$1 - \alpha = \Pr(Z \leq s | H_0 \text{ gilt}) \quad (3.13)$$

Dabei wird mit $\Pr(\cdot)$ die Wahrscheinlichkeit bezeichnet. α ist der so genannte *Fehler 1. Art*, der Bereich, in dem die Nullhypothese verworfen wird, obwohl sie gilt:

$$\alpha := \Pr(Z > s | H_0 \text{ gilt}) \quad (3.14)$$

Dieser *Fehler 1. Art* ist in der Materialbilanzierung von besonderer Wichtigkeit. Da der Verlust an Material detektiert werden soll, wird er in diesem Feld als *Fehlalarmwahrscheinlichkeit* bezeichnet. Mit der Wahl einer Fehlalarmwahrscheinlichkeit α ist bei bekannter Verteilung von Z die Signifikanzschwelle s bestimmt.

In der Materialbilanzierung von Tritium ist es besonders wichtig, die Nullhypothese Gl. (3.9) gegenüber einer Alternativhypothese H_1 zu testen. Es

⁶Die Realisierungen von Zufallszahlen, also die konkrete Bestimmung einer solchen, wird in dieser Arbeit mit einem Dach $\hat{}$ gekennzeichnet.

KAPITEL 3. MATERIALBILANZIERUNG EINER PERIODE

soll festgestellt werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Abzweigung einer bestimmten signifikanten Menge μ an Tritium detektiert werden kann. Die Alternativhypothese wird formuliert als

$$H_1 : E[Z] = \mu, \quad \mu > 0, \quad (3.15)$$

wobei μ die Menge des Materials ist, welche aus dem Bilanzbereich verlorenging. Der Test wird nun durch den *Fehler 2. Art* charakterisiert. Wie im Falle ohne Alternativhypothese wird eine Signifikanzschwelle s eingeführt, die jetzt zwischen den beiden Hypothesen unterscheidet, d.h. H_0 gilt falls $Z \leq s$, sonst gilt H_1 . Dann ist der Fehler 2.Art gegeben durch:

$$\beta := \Pr(Z \leq s | H_1 \text{ gilt}) \quad (3.16)$$

Der andere Fall

$$1 - \beta = \Pr(Z > s | H_1 \text{ gilt}) \quad (3.17)$$

heißt die *Macht* oder *Güte* eines Tests. In der Materialbilanzierung wird sie auch als *Detektionswahrscheinlichkeit* bezeichnet. Sie gibt gerade an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Alarm ausgelöst wird, für den Fall, dass wirklich Tritium fehlt.

Um die Gleichungen Gl. (3.14) und Gl. (3.16) explizit formulieren zu können, müssen die Verteilungen der Messfehler sowie des zufälligen Verlustes bekannt sein. Dann kann mit einem einseitigen Mittelwerttest für die Hypothese $\mu = \mu_0$ bei vorgegebenem Signifikanzniveau $1 - \alpha$ die Schwelle s berechnet werden, ab welcher die Hypothese abgelehnt werden muss.

Setzt sich eine ZV aus einer großen Anzahl von stochastisch unabhängigen Zufallszahlen zusammen, so konvergieren diese nach dem zentralen Grenzwertsatz gegen eine Normalverteilung⁷. Da sich im ITER viele Wirkungen zu dem Messergebnis des Inventars kumulieren, ist es plausibel den Messfehler als näherungsweise normalverteilt anzunehmen.

Die Verteilung der zufälligen Fluktuationen ist im Allgemeinen nicht bekannt und wird insbesondere nicht normalverteilt sein. Einfachheitshalber ist sie an dieser Stelle nicht mit berücksichtigt. Bei bekannter Verteilung kann sie auch behandelt werden, sie werden i.A. aber nicht normalverteilt sein.

Die Varianz der Bilanzstatistik vereinfacht sich zu

$$\sigma_Z^2 = \sigma_{I_0}^2 + \sigma_A^2 + \sigma_{I_1}^2. \quad (3.18)$$

⁷„Das Auftreten der Normalverteilung ist für die Mathematiker ein Naturgesetz, für die Physiker ist es durch die Mathematiker bewiesen.“ (Ursprung des Zitats leider Unbekannt.)

3.3. AUFSTELLEN UND TESTEN DER HYPOTHESEN

Bei Annahme der Normalverteilung für I_0 , A und I_1 ergibt sich für das Vertrauensniveau:

$$1 - \alpha = \Phi\left(\frac{s}{\sigma_Z}\right) \quad (3.19)$$

Dabei ist Φ die Normalverteilung:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (3.20)$$

Das Vertrauensniveau (3.19) gilt bei einseitiger Begrenzung und einer Stichprobe. Dies ist zu erkennen, wenn das Vertrauensniveau (3.13) geschrieben wird als:

$$1 - \alpha = \Pr\left(\frac{Z}{\sigma_Z} \leq \frac{s}{\sigma_Z} | H_0\right) \quad (3.21)$$

Mit der Annahme, dass I_0 , A und I_1 unabhängig normalverteilt sind, ist $\frac{Z}{\sigma_Z}$ standardnormalverteilt. Damit ist das Vertrauensniveau gerade durch das Integral bis zur gewichteten Schwelle $\frac{s}{\sigma_Z}$ gegeben.

Für die Macht des Tests (3.17) ergibt sich nach der Alternativhypothese 3.15 entsprechend:

$$1 - \beta = \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma_Z} - \Phi^{-1}(1 - \alpha)\right) = \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma_Z} - \frac{s}{\sigma_Z}\right) \quad (3.22)$$

Wie schon gesagt wird $1 - \beta$ als *Entdeckungswahrscheinlichkeit* bezeichnet. Die Gleichung kann auch in symmetrischer Form angegeben werden:

$$\Phi^{-1}(1 - \alpha) + \Phi^{-1}(1 - \beta) = \frac{\mu}{\sigma_Z} \quad (3.23)$$

Die Eigenschaften der Gleichung sind so besser zu erkennen. Grafisch sind die Abhängigkeiten in der Abbildung 3.1 für verschiedene Verhältnisse des Quotienten $\frac{\mu}{\sigma_Z}$ aufgetragen.

Bei der Durchführung von nuklearen Sicherheitsmaßnahmen⁸ durch die IAEO, zu denen auch das Bilanzieren gehört, setzt die Organisation die Fehlalarmwahrscheinlichkeit auf einen Wert von 5% (Vgl. IAEA 2002). Für die Detektionswahrscheinlichkeit setzten sie eine hohe Wahrscheinlichkeit von 90% und eine geringe von 20% an (IAEA 2002). Bei diesen Wertekombinationen ergibt sich für die hohe Detektionswahrscheinlichkeit die Anforderung $\frac{\mu}{\sigma_Z} \approx 2,926$ und für die niedrige ein Quotient von $\approx 0,803$.

Die Entdeckungswahrscheinlichkeit für die heimliche Entnahme an Material aus dem Bilanzbereich erhöht sich,

⁸Den „Safeguards“.

KAPITEL 3. MATERIALBILANZIERUNG EINER PERIODE

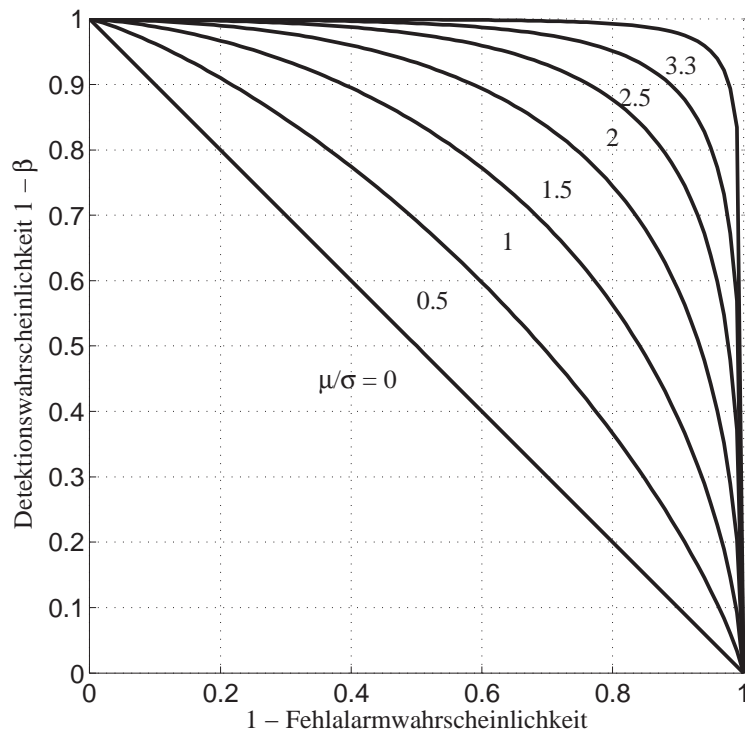


Abbildung 3.1: Darstellung der Entdeckungswahrscheinlichkeit $1 - \beta$ gegen $1 - \alpha$ mit der Fehlalarmwahrscheinlichkeit α aus Gl.(3.23)

- je größer der angenommene Verlust an Material μ .
- je größer die Wahrscheinlichkeit für einen falschen Alarm α angenommen wird.
- je kleiner die Standardabweichung σ_Z ist.

Damit ist der Formalismus der Materialbilanzierung für den Fall einer Inventurperiode beschrieben. Sind drei Parameter gegeben, kann der Letzte aus der Abb. 3.1 abgelesen werden. Der schwierigste Teil besteht darin, eine Abschätzung für die Standardabweichung σ_Z der Bilanzgleichung zu bekommen.

3.4 Einteilung in Bilanzbereiche

Die zu bilanzierenden Bereiche (im Englischen *Material Balanced Areas*) werden so von der Umwelt abgegrenzt, dass das in ihnen enthaltene Material, in diesem Falle Tritium, sowie jeder Zu- und Abfluss desselben, bestimmt

3.4. EINTEILUNG IN BILANZBEREICHE

werden kann⁹ Als ein Bilanzbereich kann sowohl eine ganze Anlage wie z.B. ITER als auch nur ein einzelner Getterspeicher betrachtet werden. Mit der Festlegung der Grenzen jedes einzelnen Bilanzbereichs ist bestimmt, wie genau die Lokalisierung möglich ist. Durch die Materialbilanzierung kann nur festgestellt werden, dass in einem Bilanzbereich Tritium fehlt. Ist eine genauere Ortsauflösung notwendig, muss dieser Bereich in mehrere Bilanzbereiche unterteilt werden. Die genauere Verfolgung eines eventuell aufgetretenen Tritiumschwundes wäre die Aufgabe nachträglicher Untersuchungen.

Da das Ziel der Materialbilanzierung ist, mit einer möglichst hohen Wahrscheinlichkeit die Abzweigung von Material aus der gesamten Anlage zu bestimmen, ist eine Unterteilung in mehrere Bilanzbereiche nicht förderlich. Dies wird aus einem Argument von Avenhaus (1986, S. 119) deutlich: Gibt es zwischen den Bilanzbereichen im betrachteten Zeitraum keinen Fluss an Material von dem einen in den anderen Bilanzbereich, so bleibt die Detektionswahrscheinlichkeit gleich.

Gibt es jedoch einen solchen Materialfluss, so kann dieser entweder einmal gemessen werden und es ergibt sich ein Fall analog zu dem mit mehreren Inventurperioden (vgl. Kap. 4). Wird der Transfer zwischen den Bilanzbereichen mit Zwischeninventaren identifiziert, ist klar, dass durch eine Unterteilung die Detektionswahrscheinlichkeit sinkt.

Werden die Zwischeninventare zweimal, beim Verlassen der ersten und beim Eintritt in den zweiten Bilanzbereich gemessen, so gleichen sich die unabhängigen Inventarmessungen bei einer Bilanzbildung über die gesamte Anlage nicht mehr aus. Die Varianz der Gesamtstatistik ist damit größer.

Wird also die Anlage in mehrere Bilanzbereiche unterteilt, sinkt im Allgemeinen die Entdeckungswahrscheinlichkeit. Die genaue Lokalisierung ist jedoch keine Aufgabe, die in einem Kontrollregime als Ziel definiert wurde.

Im ITER sind derzeit zwei Bilanzbereiche vorgesehen (Bell u. a. 2003). Eine für das Tritiumlager und einen Bilanzbereich für die gesamte tritiumführende Anlage inklusive des Torus.

Dies ist insbesondere sinnvoll, da der Transfer von und in das Tritiumlager besonders gut , wohingegen der Abbrand in dem Rest der Anlage nur recht ungenau bestimmt werden kann.

The arrangements currently foreseen for ITER are to have two MBAs, one for long term storage and the other consisting of all the other tritium systems including the tokamak. The second is

⁹Die Menge kann durch Messung, aber auch durch Simulation bestimmt werden.

KAPITEL 3. MATERIALBILANZIERUNG EINER PERIODE

analogous to the JET MBA. As with JET, tritium received will be measured by calorimetry and cross-checked by PVT-c on transfer into the plant with the concentration determined by gas chromatography.

Transfers between the two MBAs will be measured by PVT-c with an accuracy of a few percent. Tritium will be transferred to long term storage to store tritium recovered from the plasma facing components.

Within the tritium plant, inventory measurements are foreseen to be carried out by in-bed calorimetry on the delivery system ZrCo beds. These will be required to have a fast response time to enable to provide usable inventory measurements during the process cycle.

Measurement of tritium supplied to the user systems is carried out by mass flow meters and calibrated reservoirs with composition known from ionisation chambers or GC measurements.

Measurement of the tritium exhausted from the tokamak is not foreseen. This means that the inventory of the tokamak and the remainder of the MBA are not separately known. In particular the amount of tritium trapped in the tokamak can only be deduced by difference when there is a periodic full inventory assessment of the tritium plant. This requires temporary cessation of plasma operation.(Bell u. a. 2003)

3.5 Tritiumführende Anlagen mit verschiedenen großen Inventaren

Ein Accountancy System hat zum Ziel, das Fehlen einer bestimmten Menge an Tritium mit einer möglichst hohen Wahrscheinlichkeit zu entdecken. Daraus ergeben sich bestimmte Anforderungen an die Parameter in Gl.(3.22). Um nicht zu viele Alarme auszulösen und so das Überwachungssystem unbrauchbar zu machen, empfiehlt es sich, die Fehlalarmwahrscheinlichkeit α nicht zu groß anzunehmen. Wie schon berichtet verwendet die IAEO einen Wert von maximal 5%. Schwieriger ist es, die einzelnen Messfehler σ und damit das σ_Z bei einer Inspektion abzuschätzen.

Für die Abschätzung des Standardfehlers bei einer Inspektion, wird im Fol-

3.5. VERSCHIEDEN GROSSE INVENTARE

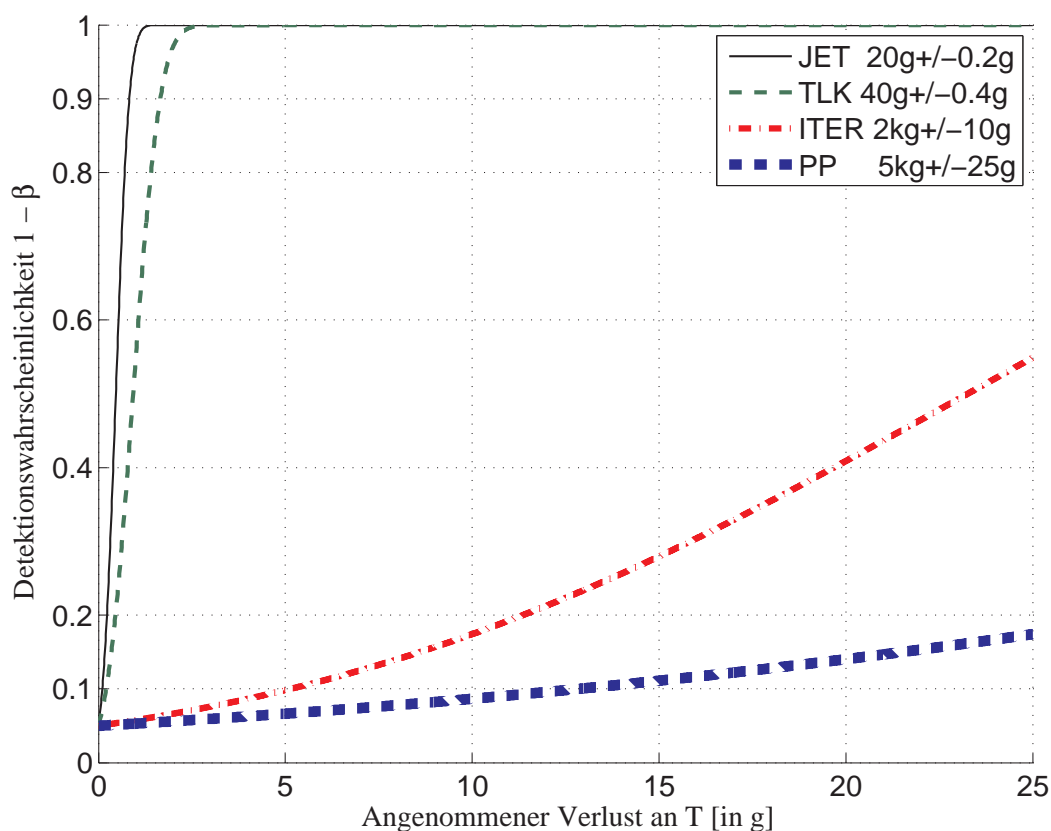


Abbildung 3.2: Vergleich der Detektionswahrscheinlichkeit in verschiedenen Anlagen bei bis zu 25g fehlendem Tritium.

genden ein hypothetisches, stark vereinfachtes Inspektionszenario betrachtet. Angenommen eine Inspektorin besitzt ein eigenes Kalorimeter. Sie verlangt nun von der zu inspizierenden Anlage, das gesamte Tritium in Getterspeichern zu sammeln, deren Tritiumgehalt sie einzeln mit ihrem Kalorimeter bestimmt.

Sei die Kapazität eines Getterspeichers 50 g, dessen Inhalt mit einem relativen Fehler von 1 % genau bestimmbar sei. Bei bekanntem relativen Fehler der Kalorimetrie ist die absolute Standardabweichung damit eine Funktion des Inventars. Als Beispiel für verschiedene Tritiuminventare sollen verschiedene bestehende und geplante Anlagen stehen. Das JET hatte während der DTE1 Experimente 20 g Tritium vor Ort¹⁰, das TLK hat ein Inventar von maximal 40 g, ITER ist mit einem Inventar von 2 kg geplant und zukünftige Fusionskraftwerke werden um die 5 kg Tritium auf dem Gelände haben. Im

¹⁰Derzeit sind es unter 10 g.

KAPITEL 3. MATERIALBILANZIERUNG EINER PERIODE

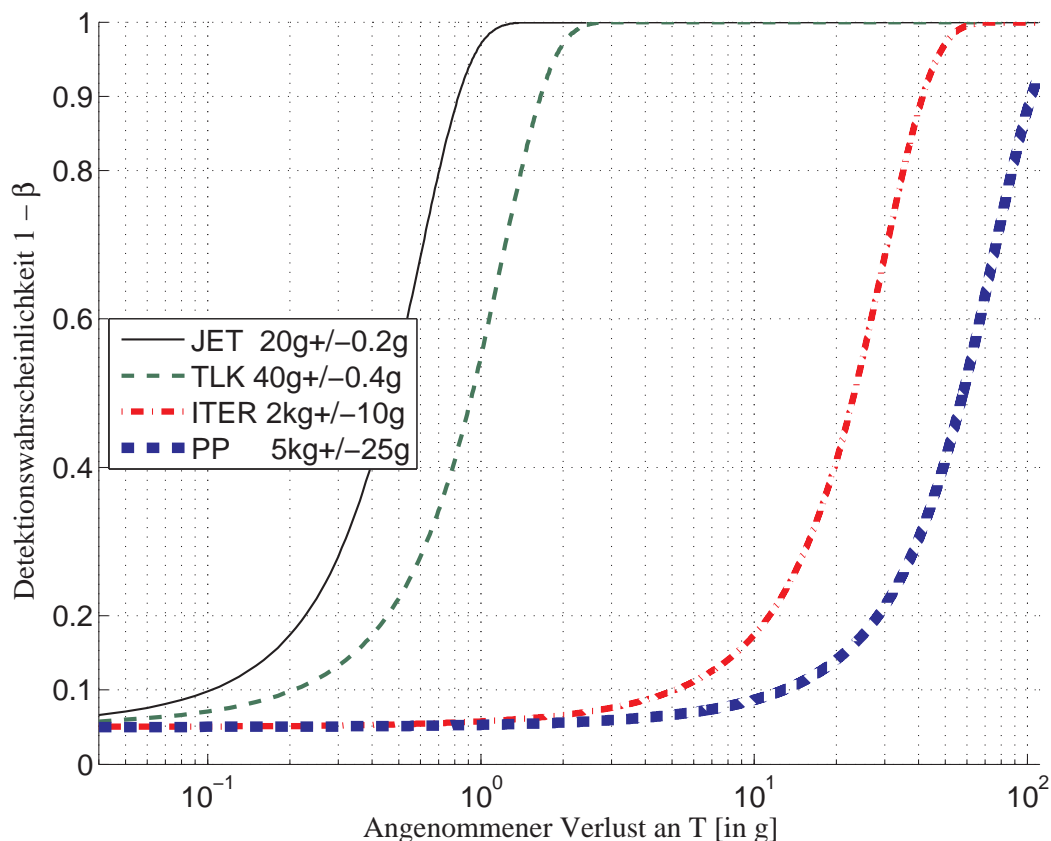


Abbildung 3.3: Vergleich der Detektionswahrscheinlichkeit in verschiedenen Anlagen in logarithmischer Darstellung

Kraftwerk muss genug Tritium vorhanden sein, um die Fusion kontinuierlich laufen zu lassen.

Somit lassen sich die Inventare des JET und des TLK Experiments mit einer Messung auf $20 \text{ g} \pm 0,2 \text{ g}$ bzw. auf $40 \text{ g} \pm 0,4 \text{ g}$ genau bestimmen. Da für die Bestimmung der größeren Inventare mehrere unabhängige Messungen durchgeführt werden müssen, wird die Fehlerfortpflanzung betrachtet. Werden systematische Fehler vernachlässigt und nur zufällige Messfehler beachtet, werden diese entsprechend der Gaußschen Fehlerfortpflanzung quadratisch addiert. Somit lassen sich die großen Inventare auf $2000 \text{ g} \pm 10 \text{ g}$ bzw. $5 \text{ kg} \pm 25 \text{ g}$ bestimmen.

Um die Detektionswahrscheinlichkeit nach Gl.(3.22) zu berechnen, wird die Varianz der Bilanzgleichung σ_Z benötigt. Ein Materialfluss A wird hier nicht betrachtet, stattdessen wird davon ausgegangen, dass das Inventar zu Beginn

und zum Ende der Bilanzperiode mit den oben angegebenen absoluten Genauigkeiten σ_I bestimmt werden kann¹¹. Damit berechnet sich die Varianz $\sigma_Z = \sqrt{2} \cdot \sigma_I$.

In den Abbildungen 3.2 und 3.3¹² sind die Entdeckungswahrscheinlichkeiten für die Inspektorin aufgetragen.

1. Je größer der Verlust an Tritium, desto besser kann er detektiert werden.
2. Je kleiner die Standardabweichung σ des Inventars, desto höher ist die Entdeckungswahrscheinlichkeit für eine bestimmten Menge an verlorengangenen Tritium.
3. Die Entdeckungswahrscheinlichkeit wird niemals Null. Der Wert bei $\mu = 0$ ist gerade $1 - \beta = \Phi(0 - \Phi^{-1}(1 - \alpha)) = \alpha$.

Insbesondere soll mit diesem einfachen Beispiel darauf aufmerksam gemacht werden, welcher quantitativer Unterschied mit der Einführung von ITER und Fusionskraftwerken in der Verbreitung von Tritium entsteht. Kann die Inspektorin bei JET und TLK noch Abzweigungen bis zu 2 g Tritium mit 90 % Wahrscheinlichkeit entdecken, ist die Situation bei ITER anders. Erst ab einem Verlust von über 40 g Tritium wird in 9 von 10 Fällen der Schwellenwert überschritten. Das ist soviel wie das Gesamtinventar vom TLK.

3.6 Behandlung des Tritiumverbrauchs (und des Abfalls)

Der in der Bilanzgleichung (3.2) auftretende Tritiumfluss in oder aus dem Bilanzbereich ITER ist in seiner Zusammensetzung in Kapitel 2.3.4 diskutiert worden. Für die Materialbilanzierung ist die absolute Standardabweichung die in die Bestimmung der Varianz der Materialbilanzgleichung eingeht wichtig. In den Jahren, in denen am ITER Fusion betrieben wird, hat nach Kapitel 2.3.4 der Abbrand die absolute höchste Standardabweichung.

Wird der Bilanzzeitraum für ITER auf ein Betriebsjahr festgelegt und es werden voraussichtlich im 9. Betriebsjahr 1,2 kg Tritium verbrannt, so ergibt

¹¹Um genau zu sein, müßte bei der Annahme des relativen Messfehlers der Inspektorin, je nach abgezweigter Menge Tritium am Ende der Periode einen entsprechend kleineren absoluten Fehler σ_I messen

¹²Erstellt mit dem Skript `Detektionswahrscheinlichkeit_simple.m`

KAPITEL 3. MATERIALBILANZIERUNG EINER PERIODE

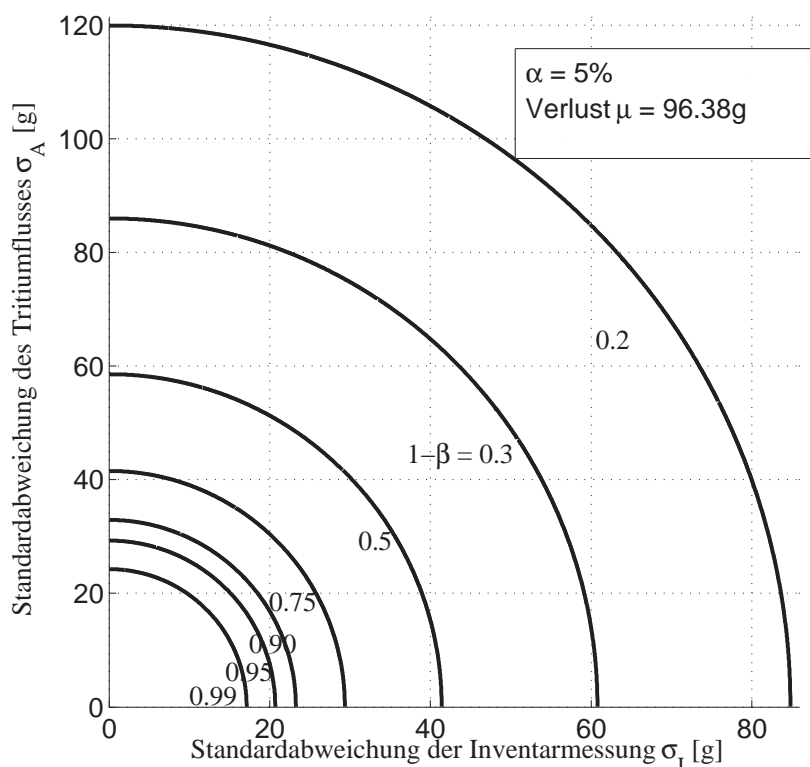


Abbildung 3.4: Der Einfluss der Bestimmung des Tritiumflusses und der Inventarmessung auf die Detektionswahrscheinlichkeit

dies eine Standardabweichung σ_A von 120 g Tritium. Das eine Gramm an zusätzlicher Unsicherheit für die Anlieferungen in dem selben Zeitraum fällt da wenig ins Gewicht.

Der Einfluss der Genauigkeit der Materialflussbestimmung auf die Detektionswahrscheinlichkeit für eine einfache Bilanzperiode ist in Abb. 3.4 aufgeführt. Erstens ist zu erkennen, dass wenn eine bestimmte Standardabweichung σ_A oder σ_I gegeben ist, dann kann durch eine bessere Bestimmung der anderen Standardabweichung die Detektionswahrscheinlichkeit nicht erhöht werden. Die Kreisausschnitte enden im rechten Winkel auf den Achsen, d.h. eine kleine Standardabweichung in einer der beiden Messungen beeinflusst den anderen größeren Fehler kaum. Es ist weiter zu bemerken, dass bei den Inventarmessungen ein Fehler zu einer kleineren Entdeckungswahrscheinlichkeit führt, als bei einem gleich großen Flussfehler. Dies ist darin begründet, dass in einer Bilanzperiode zwei Inventarisierungen enthalten sind.

Der Wert des Verlustes μ in Abbildung 3.4 ist so gewählt, dass die eben

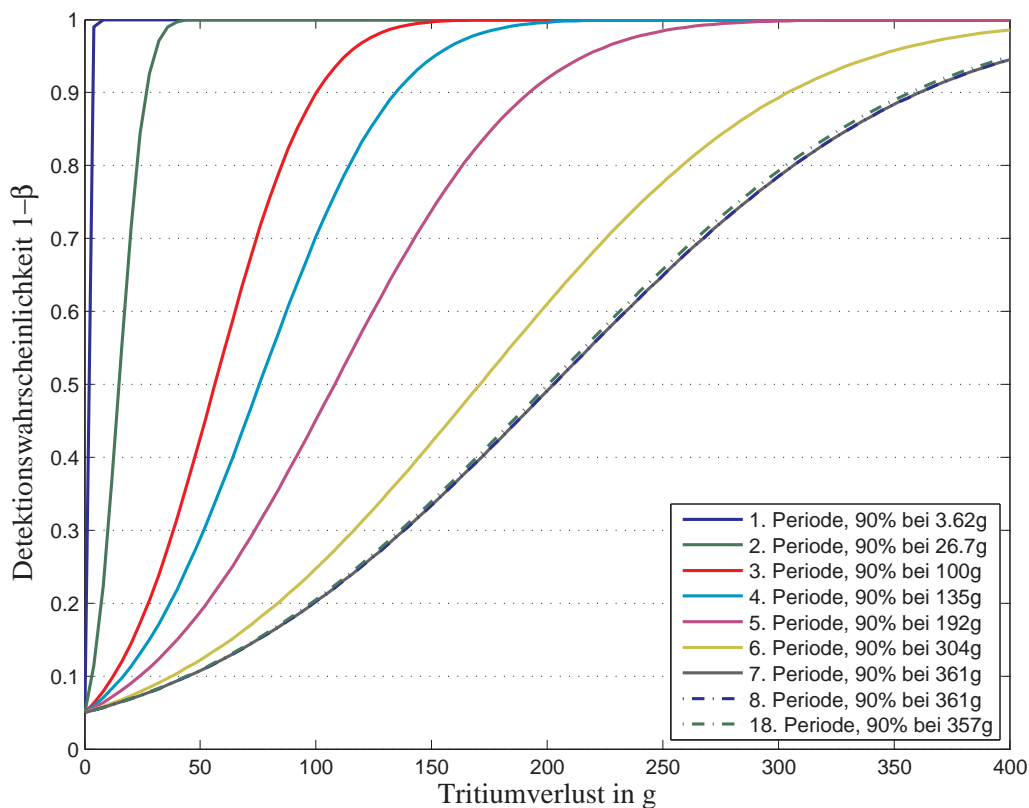


Abbildung 3.5: *Inventarperioden über verschiedenen Betriebsjahre von ITER.*

betrachtete Standardabweichung des Tritiumflusses in ITER gerade, bei fehlerfreier Bestimmung des Inventares, mit einer Detektionswahrscheinlichkeit von 20 % angegeben werden kann. Da der Fehler der Inventarmessung in ITER für diese Periode gerade 20 g beträgt, fällt die Detektionswahrscheinlichkeit ein wenig unter 20 %. Höhere Detektionswahrscheinlichkeiten sind nur mit genauerer Bestimmung des Abbrandes möglich.

Die Bilanzierungsperiode von einem Jahr soll nun für verschiedene Betriebsjahre von ITER angeschaut werden. Die voraussichtliche Entwicklung der Inventare in ITER ist in Abbildung 2.5 aufgetragen. Für die Genauigkeit der Bestimmung dieser Inventare sollen die Werte aus Tabelle 2.9 benutzt werden. Mit diesen Daten kann nun die Bilanzgleichung für verschiedene Tritiumverluste berechnet werden. Das Ergebnis ist in Abb. 3.5 aufgetragen.

Der dominierende Einflussfaktor ist die große Unsicherheit in der Bestimmung des Abbrandes. In der ersten Periode werden nur 100 g Tritium ange-

KAPITEL 3. MATERIALBILANZIERUNG EINER PERIODE

Periode	1	2	3	4	5	6	7-17	18
σ_Z in g	1	9	34	46	66	104	123	121
Verlust in g	8,95	27,7	97,2	128	185	298	356	352

Tabelle 3.1: Messunsicherheiten der Bilanzperioden für jeweils ein Betriebsjahr von ITER und Verlust an Tritium, der mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% detektiert werden kann.

liefert. Und dieses wird noch nicht zur Fusion genutzt. Nach den gemachten Annahmen hat die gesamte Bilanzstatistik einen Fehler von

$$\sigma = \left(0 + (0,001 \cdot 100 \text{ g})^2 + (0,01 \cdot 100 \text{ g})^2\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{0,01 + 1} \text{ g} = 1,005 \text{ g}. \quad (3.24)$$

Der größte Anteil ist hierbei der Fehler am Ende des Jahres. Der Fehler der Bilanzgleichung ist mit denen der anderen Jahre in Tab. 3.1 eingetragen. Es muß beachtet werden, dass für die Berechnung des absoluten Fehlers der Inventarisierung am Ende der Periode der ja dann fehlende Anteil an Tritium nicht berücksichtigt wurde. In späteren Perioden spielt die Bestimmung des Abbrandes eine übergeordnete Rolle. Für die 7.-17. Periode ist die Standardabweichung der Bilanzgleichung konstant bei 123 g. Ein Abzweigen von ≈ 100 g kann mit einer Entdeckungswahrscheinlichkeit von 20 % festgestellt werden, das Entwenden von ≈ 350 g Tritium mit 90 % .

Kapitel 4

Materialbilanzierung mehrerer Inventurperioden

Die Materialbilanzierung einer Inventurperiode wird mit der Messung des Inventars I_1 zum Zeitpunkt t_1 geschlossen (Kap. 3). Es mag der Wunsch bestehen, schon vorher zu inspizieren und die Periode zu unterteilen. Eine häufigere Inspektionen ist die einzige Möglichkeit schon früher eine eventuelle Abzweigung an Tritium detektieren zu können.

Eine vernünftige Annahme ist, dass eine Kontrollbehörde die Diversion einer signifikanten Menge an Material umso früher entdecken muss, je größer die Gefahr ist, die von diesem ausgeht. Bei Plutonium setzten sich die IAEO und EURATOM das Ziel, innerhalb von Tagen bis Monaten¹ mit 90%iger Wahrscheinlichkeit das Fehlen von 8 kg zu detektieren. Je nach Inventar in effektiven Kilogramm² des überwachten Materials, darf die IAEO Inspektionen in einem Kraftwerk wie folgt durchführen: Bei bis zu 5 kg einmal jährlich, bei 10 kg zweimal jährlich usw.; benutzt ein Kraftwerk mehr als 60 kg gibt es keine Einschränkung in der Anzahl der Inspektionen (INFCIRC66 1971).

Aus Tritium allein kann ohne die Verfügbarkeit von entsprechenden Spaltmaterialien keine Bombe gebaut werden. Die Brisanz des Verlustes an Tritium ist daher niedriger als von waffenfähigem Plutonium. Die Möglichkeit der Entdeckung innerhalb eines Jahres wird wie in Kapitel 1 besprochen als ausreichend früh angesehen.

¹Abhängig davon wie das Pu vorliegt. Pu-Metall ist die brisanteste Form.

²Das effektive Kilogramm für Pu ist definiert durch seine Masse in kg, für Uran mit einem Anteil von U-233 und U-235 größer 1 %, ist es der Anreicherungsgrad der beiden Isotope multipliziert mit dem Gesamtgewicht in kg.

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

Anders sieht die Situation für die Betreiberin einer Anlage aus. Für sie ist die Materialbilanzierung eine Möglichkeit, Prozessabläufe zu beobachten. Umso kürzer die Bilanzperioden, desto besser.

Das Ziel einer zeitnahen Entdeckung beeinflusst die erreichbare Detektionswahrscheinlichkeit. Die optimale Inspektionsstrategie hängt vom gewählten Ziel ab, z.B. einem möglichst frühzeitigen Nachweis oder einer insgesamt größtmöglichen Entdeckungswahrscheinlichkeit. Genauere Erkenntnisse über diesen Zusammenhang zu gewinnen, ist das Ziel dieses Kapitels.

Der Formalismus für die Beschreibung von mehreren Bilanzperioden wird von Avenhaus und Canty (1996, Kap. 7.2.3, S.169) übernommen. Werden n Bilanzperioden untersucht, so werden diese als Vektor geschrieben:

$$\vec{Z} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)^T, \quad (4.1)$$

mit den einzelnen Bilanzperioden als Komponenten

$$Z_i = I_{i-1} + A_i - I_i, \quad i = 1 \dots n. \quad (4.2)$$

Das Startinventar der i -ten Periode ist somit gerade das Schlussinventar der $(i - 1)$ -ten Periode.

Die statistisch relevanten Informationen befinden sich in der *Kovarianzmatrix*

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \text{Cov}(Z_1, Z_2) & \dots & \text{Cov}(Z_1, Z_n) \\ \text{Cov}(Z_2, Z_1) & \sigma_2^2 & \dots & \text{Cov}(Z_2, Z_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(Z_n, Z_1) & \text{Cov}(Z_n, Z_2) & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

mit der Varianz

$$\sigma_i^2 = \text{Var}(Z_i), \quad i = 1 \dots n. \quad (4.4)$$

Die Dichte der abhängigen Zufallsvariablen Z_i ist unter den Hypothesen H_0 und H_1 durch die *multivariate Normalverteilungen* f_0 bzw. f_1 gegeben

$$f_i(\vec{z}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\Sigma|}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\vec{z} - \vec{E}_i)^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot (\vec{z} - \vec{E}_i)}. \quad (4.5)$$

Wobei die \vec{E}_i die Erwartungswerte unter den entsprechenden Hypothesen H_0 oder H_1 sind

$$\vec{E}_i = \begin{cases} \vec{0} & \text{für } i = 0, \\ \vec{\mu} & \text{für } i = 1. \end{cases} \quad (4.6)$$

Diese Definitionen werden im Folgenden für die Formulierung verschiedener Tests verwendet.

4.1 Höchste Entdeckungswahrscheinlichkeit

Mit der Unterteilung des Überwachungszeitraums in mehrere Perioden entstehen für den Abzweiger und den Inspektor eine neue Situation. Möchte der Abzweiger im Überwachungszeitraum eine Menge μ an Tritium abzweigen, so hat er verschiedene Möglichkeiten, dieses auf die einzelnen Bilanzperioden zu verteilen. Seine Strategien bei Unterteilung in n Perioden sind gegeben durch

$$\left\{ \vec{\mu}^t = (\mu_1, \dots, \mu_n) \mid \sum \mu_i = \mu \right\}. \quad (4.7)$$

Entsprechend gibt es in dieser Situation verschiedene Tests δ_α , die der Inspektor nach dem Ende des Überwachungszeitraums mit einer Fehlalarmwahrscheinlichkeit α anwenden kann. Die in einer spieltheoretischen Formulierung bezeichnete „Auszahlung“ für den Inspektor ist die Detektionswahrscheinlichkeit:

$$1 - \beta(\delta_\alpha, \vec{\mu}) \quad (4.8)$$

Sie hängt von der gewählten Detektions- und Abzweigestrategie ab.

Möchte die abzweigende Person durch die Wahl ihrer Strategie die Detektionswahrscheinlichkeit gering halten, hat der Inspektor ein genau entgegengesetztes Interesse. Für die Lösung des Problem sind die Sattelpunktstrategien $\vec{\mu}^*$ und δ_α^* gesucht, für die gilt:

$$\beta(\delta_\alpha^*, \vec{\mu}) \leq \beta(\delta_\alpha^*, \vec{\mu}^*) \leq \beta(\delta_\alpha, \vec{\mu}^*) \quad \forall \delta_\alpha, \vec{\mu} \quad (4.9)$$

Die Inspektionsstrategie δ_α^* ist im dem Sinn optimal, dass sie für eine beliebige Abzweigestrategie $\vec{\mu}$ eine *garantierte* höchste Detektionswahrscheinlichkeit erlaubt, nämlich mindestens $1 - \beta(\delta_\alpha^*, \vec{\mu}^*)$.³ Umgekehrt garantiert eine Abzweigestrategie $\vec{\mu}^*$, dass die Entdeckungswahrscheinlichkeit unter jeder möglichen Detektionsstrategie höchstens $1 - \beta(\delta_\alpha^*, \vec{\mu}^*)$ sein kann.⁴ Die Formulierung dieses spieltheoretischen Problems und dessen Lösung durch den folgenden Satz 4.1.1 wird z.B. von Avenhaus und Canty (1996, S.168) durchgeführt.

Mit der Definition des Einervektors

$$\vec{e}^t := (1, 1, \dots, 1) \quad (4.10)$$

³Für bestimmte $\vec{\mu} \neq \vec{\mu}^*$ kann es natürlich Strategien δ_α mit einer höheren Detektionswahrscheinlichkeit geben.

⁴Ist die Detektionsstrategie $\delta_\alpha \neq \delta_\alpha^*$ im voraus bekannt, kann es auch Strategien $\vec{\mu} \neq \vec{\mu}^*$ geben, die unter der bestimmten Detektionsstrategie noch schwieriger zu detektieren ist.

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

ergibt sich der folgende Satz für n Materialbilanzperioden, frei übersetzt aus Avenhaus und Canty (1996, S.168) bzw. Avenhaus und Jaech (1981).

Satz 4.1.1 Nehme das 2 Personen Nullsummenspiel

$$\left(\Delta_\alpha, \{ \vec{\mu} \mid \vec{\mu} \cdot \vec{e} = \mu \}, \beta(\delta_\alpha, \vec{\mu}) \right) \quad (4.11)$$

an. Wobei Δ_α ein Satz von allen Teststatistiken δ_α mit einer gegebenen Fehlalarmwahrscheinlichkeit α für das Testproblem (4.6) mit $\vec{\mu} \in \mathbb{R}^n$ und der Auszahlung $1 - \beta(\delta_\alpha, \vec{\mu})$ für den Inspektor ist. Die Gleichgewichtsstrategie am Sattelpunkt ist gegeben durch

$$\vec{\mu}^* = \frac{\mu}{\vec{e}^t \cdot \Sigma \cdot \vec{e}} \cdot \Sigma \cdot \vec{e}, \quad (4.12)$$

und den Neyman-Pearson-Test δ_{NP}^* mit der kritischen Region

$$\{ \vec{z} \mid \vec{z}^t \cdot \vec{e} > k_\alpha \} \quad (4.13)$$

wobei k_α durch die Fehlalarmwahrscheinlichkeit α determiniert ist. Die Lösung des Spieles ergibt die Detektionswahrscheinlichkeit am Sattelpunkt

$$1 - \beta(\delta_\alpha^*, \vec{\mu}^*) = \Phi \left(\frac{\mu}{(\vec{e}^t \cdot \Sigma \cdot \vec{e})^{\frac{1}{2}}} - \Phi^{-1}(1 - \alpha) \right). \quad (4.14)$$

Bemerkung 4.1.2 Die Lehre des Satzes ist nach Avenhaus und Canty (1996, S.169), den Test für eine einzige Inventurperiode (4.13) am Ende der gesamten Zeit anzuwenden. Die Teststatistik ist:

$$\vec{Z}^t \cdot \vec{e} = \sum_{i=1}^n Z_i = \text{CUMUF} = I_0 + \sum_{i=1}^n A_i - I_n \quad (4.15)$$

Und die Signifikanzschwelle ergibt sich zu

$$k_\alpha = (\vec{e}^t \cdot \vec{\Sigma} \cdot \vec{e})^{\frac{1}{2}} \cdot \Phi^{-1}(1 - \alpha) = \sigma_{MUF} \cdot \Phi^{-1}(1 - \alpha). \quad (4.16)$$

Die optimale Detektionswahrscheinlichkeit ist dann nach Gl.(4.14) gegeben.

Die Summe in (4.15) ist der Grund, warum der Test (4.13) auch CUMUF-Test genannt wird. Das steht für die „cumulative sum“ der Einzelperioden Bilanzstatistiken, der MUF.

4.1. HÖCHSTE ENTDECKUNGSWAHRSCHEINLICHKEIT

Bemerkung 4.1.3 Berechnung der Kovarianzmatrix Σ für den Fall von unabhängigen Messungen.

Der Einfachheit halber sollen, wenn nicht anders vermerkt, die Messungen der einzelnen Inventare I_i und der Tritiumströme A_i im ITER als unabhängig voneinander angenommen werden. Dann vereinfacht sich die Berechnung der Kovarianzmatrix stark.

Sind die Messung unabhängig, bestehen die Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Bilanzperioden Z_i nur noch durch das gemeinsame Inventar mit der vorherigen und der folgenden Periode.

Mit $\text{Cov}(-I, I) = -\text{Var}(I)$ und $\text{Cov}(Z_i, Z_j) = \text{Cov}(Z_j, Z_i)$ vereinfacht sich die Kovarianz zu

$$\text{Cov}(Z_i, Z_j) = \begin{cases} \text{Var}(Z_i) & \text{für } i = j \\ -\text{Var}(I_j) & \text{für } i = j + 1 \\ -\text{Var}(I_{j-1}) & \text{für } i = j - 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.17)$$

Damit bleiben in der Kovarianzmatrix Gl. 4.3 nur wenige Einträge

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \text{Var}(Z_1) & -\text{Var}(I_1) & & & 0 \\ -\text{Var}(I_1) & \text{Var}(Z_2) & -\text{Var}(I_2) & & \\ & -\text{Var}(I_2) & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \text{Var}(Z_{n-1}) & -\text{Var}(I_{n-1}) \\ 0 & & & -\text{Var}(I_{n-1}) & \text{Var}(Z_n) \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Bemerkung 4.1.4 Berechnung der Varianz für den Fall von unabhängigen Messungen. Durch die einfache Form der Kovarianzmatrix (Gl. 4.18) für den Fall unabhängiger Messungen, ist es ein Leichtes, die Varianz des Neyman-Pearson-Tests (Gl. 4.13) zu berechnen. Es gilt:

$$\begin{aligned} \sigma_{NP}^2 &= \vec{e}^t \cdot \Sigma \cdot \vec{e} \\ &= \sum_{i=1}^n \text{Var}(Z_i) - 2 \sum_{i=1}^{n-1} \text{Var}(I_i) \\ &= \sum_{i=1}^n (\text{Var}(I_{i-1}) + \text{Var}(A_i) + \text{Var}(I_i)) - 2 \sum_{i=1}^{n-1} \text{Var}(I_i) \\ &= \text{Var}(I_0) + \sum_{i=1}^n \text{Var}(A_i) + \text{Var}(I_n). \end{aligned} \quad (4.19)$$

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

Interessant ist die Summe $S = \sum_{i=1}^n \text{Var}(A_i)$. Ist die Standardabweichung σ_{A_i} für jede Messung, unabhängig von der gemessenen Menge, ähnlich groß, so ist klar, dass S minimal wird, wenn der gesamte Materialfluss nur einmal bestimmt wird. Sie ist dann gerade σ_A .

Ist hingegen die Messmethodik derart, dass der relative Messfehler x konstant ist, so gilt der umgekehrte Fall. Wird der Materialstrom nur einmal gemessen, gilt $\sigma_A = x \cdot A$ bzw. die Summe besteht nur aus einem Summanden $S_1 = x^2 \cdot A^2$. Liegt hingegen z.B. in jeder Periode der Materialstrom $A_i = \frac{A}{n}$ vor, hat er jeweils den absoluten Messfehler $\sigma_{A_i} = x \cdot \frac{A}{n}$. Damit ergibt sich für n Bilanzperioden

$$S_n = n \cdot \sigma_{A_i}^2 = n \cdot x^2 \cdot \frac{A^2}{n^2} = \frac{1}{n} \cdot S_1 \quad (4.20)$$

Die Summe S_n und damit die Standardabweichung für die Bilanzgleichung wird für große n minimal.

Anwendung 4.1.5 Der Neyman-Pearson-Test (Satz 4.1.1) wird jetzt auf den ITER angewendet. Es soll für die gesamten 18 Jahre Laufzeit, in denen Tritium im ITER vorrätig ist, getestet werden, ob Tritium verloren gegangen ist.

Die Entwicklung der Tritiuminventare ist in Abb. 2.5 dargestellt. Wie schon bemerkt, sollen die einzelnen Messungen als unabhängig betrachtet werden. Die Messungen seien mit einer Standardabweichung für die Anlieferung mit 0.1%, für die Inventarmessungen mit 1% und für die Bestimmung des Abbrandes mit 10% belegt.

Die Bilanzgleichung ist :

$$Z_{NP} = \sum_{j=1}^{18} (\text{Anlieferungen}_j + \text{Abbrand}_j) - I_{18} \quad (4.21)$$

Wie angenommen, werden die Zwischeninventuren nicht berücksichtigt und deren Unsicherheit geht nicht in die Berechnung der Varianz ein. Das erste Inventar I_0 sei so gewählt, dass es vor der ersten Anlieferung liegt; es ist damit exakt Null.

Die einzelnen Messungen sollen als unabhängig betrachtet werden. So gilt nach Bemerkung 4.1.3 für die Varianz der Teststatistik:

$$\sigma_{NP}^2 = \sum_{i=1}^{18} \text{Var}(\text{Anlieferung}_i) + \sum_{i=1}^{18} \text{Var}(\text{Abbrand}_i) + \text{Var}(I_{18}) \quad (4.22)$$

4.1. HÖCHSTE ENTDECKUNGSWAHRSCHEINLICHKEIT

Betrachtete Betriebsjahre	3 - 10		3 - 20	
Detektionswahrscheinlichkeit	20 %	90 %	20 %	90 %
$\sigma_{\text{Abbrand}} = 10 \%$	171 g	623 g	349 g	1270 g
$\sigma_{\text{Abbrand}} = 1 \%$	23 g	88 g	35 g	131 g

Tabelle 4.1: Menge an Tritium, deren Verlust mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 bzw. 90 % nachgewiesen werden kann. Die Werte für die gesamte Laufzeit sind in Abb. 4.1 abzulesen.

Durch Einsetzen in (4.14) ergibt sich nach Satz 4.1.1 die optimale Entdeckungswahrscheinlichkeit. Diese ist in Abhängigkeit von der zu detektierenden Tritiummenge für verschiedene Fehler in der Bestimmung des Abbrandes in Abb. 4.1 dargestellt. Für den Fehler von 10 % lässt sich eine Abzweigung von über 1,2 kg schlimmstenfalls (das ist $\vec{\mu} = \vec{\mu}^*$) nicht mit einer Detektionswahrscheinlichkeit von 90 % detektieren. Gelänge es, den Abbrand auf 1 % genau zu detektieren, würde sich dieser Wert verringern. Wie in Tab. 4.1 berechnet wurde, ist dann eine Detektionswahrscheinlichkeit von 90 % bei einem Verlust von 131 g möglich.

Wird dies auf die ersten zehn Betriebsjahre, von denen nur in acht Jahren Tritium verwendet wird, reduziert, ergeben sich noch immer große Mengen.

Anwendung 4.1.6 Die Abzweigestrategie Gl. 4.12 für den Sattelpunkt, wird nun explizit für ITER berechnet. Es soll der Fall analog zu Anwendung 4.1.5 behandelt werden. Die für den Inspektor schlimmste Abzweigestrategie bei freier Wahl der Inspektionsstrategie ist die am Sattelpunkt. Es folgt aus der Varianz σ_{NP} nach Gl. 4.19 für die Abzweigestrategie:

$$\vec{\mu}^* = \frac{\mu}{\text{Var}(I_0) + \sum_{i=1}^n \text{Var}(A_i) + \text{Var}(I_n)} \cdot \Sigma \cdot \vec{e} \quad (4.23)$$

Für den Fall vom ITER ist hier wieder $n = 18$ und $\text{Var}(A_i) = \text{Var}(\text{Anlieferung}_i) + \text{Var}(\text{Abbrand}_i)$ mit den wie oben bestimmten Varianzen. Das Produkt $\Sigma \cdot \vec{e}$ lässt sich berechnen zu

$$\Sigma \cdot \vec{e} = \begin{pmatrix} \text{Var}(Z_1) - \text{Var}(I_1) \\ -\text{Var}(I_1) + \text{Var}(Z_2) - \text{Var}(I_2) \\ \vdots \\ -\text{Var}(I_{16}) + \text{Var}(Z_{17}) - \text{Var}(I_{17}) \\ -\text{Var}(I_{17}) + \text{Var}(Z_{18}) \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Mit dem relativen Fehler für die Anlieferung (0.1 %), für die Inventarbestimmung (1 %) und für den Verbrauch (10 %), wobei die Mengen in Abb. 2.5

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

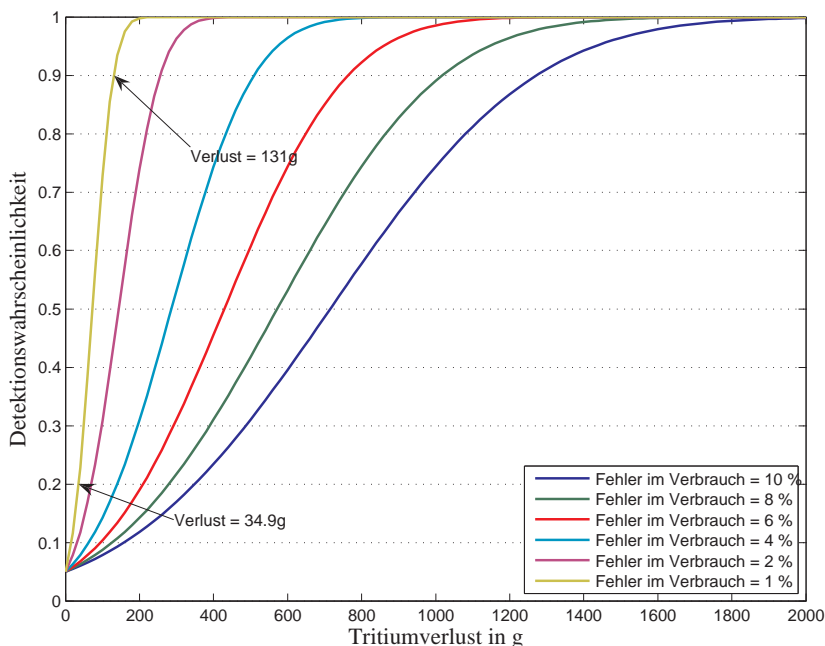


Abbildung 4.1: Der Bilanztest (4.21) für nur eine Periode auf die gesamten Laufzeit von ITER angewandt. Es wurden verschiedene Genauigkeit in der Bestimmung des Abbrandes („Verbrauch“) angenommen.

gegeben sind, ergeben sich für die Verteilung der Gleichgewichtsstrategie die im folgenden angegebenen Werte⁵. Es ist angegeben welcher Anteil von μ in welcher Periode Abgezweigt werden muß, um den Inspektor höchstens die Entdeckungswahrscheinlichkeit $1 - \beta(\delta_\alpha^*, \vec{\mu}^*)$ zu erlauben.

Periode	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Anteil [%]	$5 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-4}$	0,48	0,85	1,91	5,29	7,62	7,62	7,62
Periode	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Anteil [%]	7,62	7,62	7,62	7,62	7,62	7,62	7,62	7,62	7,65

Die Abzweigestrategie für den Gleichgewichtspunkt ist auf alle Perioden verteilt. In ihrer Gewichtung ist sie durch den vermuteten Verbrauch an Tritium bestimmt (vgl. Abb. 2.5). In den Betriebsjahren 3-4 ist es schon bei einer kleinen Menge einfach, die Entnahme zu detektieren. Die maximale Menge an Tritium, die das Detektieren erschwert, steigt in den Perioden 5-8 an und erreicht ab der 9. Periode ein Plateau. Dies folgt der Entwicklung des Abbrandes.

⁵Berechnet mit dem Skript CUMUF/CUMUF_bestAbzweigestrategie des Autors

Die höchstmögliche Entdeckungswahrscheinlichkeit ist für diese Abzweigungsstrategie ist durch den NP-Test aus Anwendung 4.1.5 gegeben. Der Test wird über die gesamte Betriebszeit angewandt und bietet somit keinerlei Möglichkeit, schon vor dem Ende des Projekts auf eine Abzweigung aufmerksam zu werden.

4.2 Zeitliche Detektion

Die Ergebnisse aus Kap. 4.1 sind insofern nicht zufriedenstellend, als dass erst das Ende des Experimentes abgewartet werden muss, um den Test durchzuführen. Für den optimalen Test werden dabei alle Informationen über eventuelle Zwischeninventuren nicht berücksichtigt. Neben der höchsten Entdeckungswahrscheinlichkeit kann auch eine möglichst frühe Detektion als Ziel definiert werden.

Das erste Problem ist die Frage nach der Definition einer möglichst frühen Detektion. Die zeitliche Nähe kann sicherlich nur dadurch gesteigert werden, dass die Inventur häufiger durchgeführt wird. Mit der Anzahl der zu berücksichtigenden Inventurperioden verringert sich jedoch im Allgemeinen die Detektionswahrscheinlichkeit. Leider gibt es in diesem Falle keinen Satz, wie den Satz 4.1.1 für die höchste Detektionswahrscheinlichkeit, der den optimalen Test aufzeigt.

Die Definition des Zeitkriteriums wird von Avenhaus (1986, S.101) durch die mittlere Laufzeit L_i gemacht. Sie ist durch den Erwartungswert für das Auftreten eines Alarms wie folgt definiert:

$$L_0 = E_0[T] = \sum_i i \cdot \text{Pr}_0(T = i | H_0 \text{ gilt}) \quad (4.25)$$

$$L_1 = E_1[T] = \sum_i i \cdot \text{Pr}_1(T = i | H_1 \text{ gilt}) \quad (4.26)$$

L_0 ist somit ähnlich der Fehlalarmwahrscheinlichkeit α , wobei jetzt das L_0 möglichst groß sein soll, also Fehlalarme erst möglichst spät auftreten. Ein guter Test, sollte eine Abzweigung früh erkennen und L_1 damit klein halten. Der Test, für die zeitliche Detektion, welcher L_1 bei gegebenen L_0 minimiert nennt Avenhaus optimal.

4.3 CUMUF Test

Es soll nun der schon in 4.1 vorgestellte CUMUF-Test auf die Möglichkeit untersucht werden, ihn für ein zeitnahes Detektionsverfahren zu nutzen. In dem Überwachungszeitraum sollen mehrere Inventarisierungen durchgeführt werden. Nach jeder Inventarmessung soll ein Test nach Satz 4.1.1 durchgeführt werden.

Für die Formulierung dieses Problems werden als erstes die CUMUFs aufgeschrieben. Sind die \vec{Z} der n Bilanzstatistiken für die n einfachen Perioden wie in Gl.(4.1) gegeben, so sind die CUMUFs definiert durch den Vektor \vec{Y} mit den Komponenten

$$Y_i := \sum_{j=1}^i Z_j, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.27)$$

$$= I_0 + \sum_{j=1}^i A_j - I_i. \quad (4.28)$$

Damit werden zu jedem Zeitpunkt t_i , an dem eine PIV I_i durchgeführt wird, die Bilanzstatistik mit dem Inventar zum Startzeitpunkt verglichen. Nach jeder Periode wird verglichen, ob die Realisierungen \hat{Y}_i einen Schwellenwert s_i überschreiten. Gilt

$$\hat{Y}_i > s_i, \quad (4.29)$$

muss die Nullhypothese abgelehnt werden. Für den Fall von nur zwei Perioden ist diese Analyse von Avenhaus niedergeschrieben worden. Bevor analoges in Kap. 4.3.2 für das gerade formulierte Problem fortgeführt wird, folgt nun die Darstellung von Avenhaus für zwei Perioden.

4.3.1 Zwei Perioden

Anhand von zwei Perioden lassen sich die Probleme eines sequentiellen Tests aufzeigen. Dies wird von Avenhaus (1986, S.61) durchgeführt und hier, der Konsistenz wegen frei übersetzt und in der Nomenklatur angepasst, wiedergeben.

4.3. CUMUF TEST

Zuerst werden die Bilanzstatistiken für den CUMUF-Test angegeben:

$$Y_1 := Z_1 \quad (4.30)$$

$$Y_2 := Z_1 + Z_2 = I_0 + \sum_{i=1}^2 A_i - I_2 \quad (4.31)$$

Für die Alternativhypothese:

$$H_0 : E[Y_1] = E[Y_2] = 0, \quad (4.32)$$

$$H_1 : E[Y_1] = \mu_1, \quad E[Y_2] = \mu_1 + \mu_2 = \mu \quad (4.33)$$

Avenhaus lehnt die Nullhypothese nicht ab, wenn die Realisierungen der Zufallsvariablen (ZV) in der folgenden Akzeptanzregion⁶ liegen

$$A_{CM} := \left\{ (\hat{Y}_1, \hat{Y}_2) : \hat{Y}_1 \leq s_1, \hat{Y}_2 \leq s_2 \right\}. \quad (4.34)$$

Die \hat{Y}_i sind Realisierungen der entsprechenden ZV. Die Schwellenwerte s_i sind durch die Fehlalarmwahrscheinlichkeit α definiert.

$$1 - \alpha = \Pr((Y_1, Y_2) \in A_{CM} | H_0) = \Pr(Y_1 \leq s_1, Y_2 \leq s_2 | H_0) \quad (4.35)$$

Die gemeinsame Verteilung der Zufallsvariablen Y_1 und Y_2 gibt Avenhaus als eine bivariate Normalverteilung an.

Bemerkung 4.3.1 Es wird in dieser Arbeit die Annahme gemacht, dass die Ergebnisse der einzelnen Messungen normalverteilt sind. Es gilt allgemein:

1. Die Multiplikation einer Normalverteilung $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ mit einem Skalar a ist wieder eine Normalverteilung $\mathcal{N}(a\mu, a^2\sigma^2)$.
2. Die Summe von normalverteilten ZV ist wieder eine normalverteilte ZV. Z.B. gilt für $X_1 + X_2 = \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2) + \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2) = \mathcal{N}(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2 \text{Cov}(X_1, X_2))$

Damit ist auch jede Linearkombination von normalverteilten ZV wieder eine normalverteilte ZV.

Nach 2. sind auch die Bilanzstatistiken Z_i und Y_i als Summen von normalverteilten ZV selber wieder normalverteilte Zufallsvariablen (Vgl. Kap. 3).

Jede Linearkombination $aY_1 + bY_2$ mit Skalaren a, b ist damit auch wieder eine normalverteilte ZV. Genau dies ist die Bedingung dafür, dass die gemeinsame Verteilung von Y_1 und Y_2 eine bivariate Normalverteilung ist.

⁶ CM ist in der folgenden Gl. 4.34 die Abkürzung für CUMUF.

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

Die Varianzen werden geschrieben als

$$\text{Var}(Y_1) = \text{Var}(Z_1) =: \sigma_1^2 \quad (4.36)$$

$$\text{Var}(Y_2) = \text{Var}(Z_1 + Z_2) =: \sigma_{C2}^2 \quad (4.37)$$

Die Kovarianz berechnet sich zu

$$\text{Cov}(Y_1, Y_2) = \text{Var}(I_0) + \text{Var}(A_1) > 0. \quad (4.38)$$

Die gemeinsame Dichte der bivariaten Normalverteilung ist damit unter der Nullhypothese gegeben durch:

$$f_0(y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi(1 - \rho_C^2)^{\frac{1}{2}}\sigma_1\sigma_{C2}} \cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho_C^2)}\left(\frac{y_1^2}{\sigma_1^2} - 2\rho_C\frac{y_1y_2}{\sigma_1\sigma_{C2}} + \frac{y_2^2}{\sigma_{C2}^2}\right)} \quad (4.39)$$

Damit ist nach Gl.4.35 die Fehlalarmwahrscheinlichkeit gegeben durch:

$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{s_1} dy_1 \int_{-\infty}^{s_2} dy_2 f_0(y_1, y_2) \quad (4.40)$$

Die einfachen Fehlalarmwahrscheinlichkeiten α_1 und α_2 sind gegeben durch:

$$1 - \alpha_i = \Pr(Y_i \leq s_i | H_0), \quad i = 1, 2. \quad (4.41)$$

Explizit ausgeschrieben

$$1 - \alpha_1 = \Phi\left(\frac{s_1}{\sigma_1}\right), \quad (4.42)$$

$$1 - \alpha_2 = \Phi\left(\frac{s_2}{\sigma_{C2}}\right). \quad (4.43)$$

Genauer werden diese Einzelperioden-Fehlalarmwahrscheinlichkeiten in Bemerkung 4.3.3 besprochen.

Avenhaus drückt dann weiter die Gl. 4.40 durch die einfachen Fehlalarmwahrscheinlichkeiten aus. Dies wird durch die Substitution von $y_i = \sigma_i y'_i$ erreicht:

$$1 - \alpha = \frac{1}{2\pi(1 - \rho_C^2)^{\frac{1}{2}}} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(1-\alpha_1)} dy_1 \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(1-\alpha_2)} dy_2 e^{-\frac{1}{2(1-\rho_C^2)}(y_1^2 - 2\rho_C y_1 y_2 + y_2^2)}. \quad (4.44)$$

4.3. CUMUF TEST

Entsprechend gilt für die gemeinsame Verteilung unter der Hypothesen H_1 , mit der Abzweigestrategie $\vec{\mu} = (\mu_1, \mu_2)$

$$f_1(y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi(1 - \rho_C^2)^{\frac{1}{2}}\sigma_1\sigma_{C2}} \cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho_C^2)}\left(\frac{(y_1-\mu_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho_C\frac{(y_1-\mu_1)(y_2-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_{C2}} + \frac{(y_2-\mu_2)^2}{\sigma_{C2}^2}\right)}. \quad (4.45)$$

Mit der Dichte $f_1(y_1, y_2)$ und entsprechender Transformation ergibt sich dann der Ausdruck für die Detektionswahrscheinlichkeit $1 - \beta$ durch:

$$\beta = \frac{1}{2\pi(1 - \rho_C^2)^{\frac{1}{2}}} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(1-\alpha_1) - \frac{\mu_1}{\sigma_1}} dy_1 \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(1-\alpha_2) - \frac{\mu_2}{\sigma_2}} dy_2 \cdot e^{-\frac{1}{1-\rho_C^2}(y_1^2 - 2\rho_C y_1 y_2 + y_2^2)}. \quad (4.46)$$

Da die Gl.4.46 monoton in μ_1 fällt, folgert Avenhaus, dass Detektionswahrscheinlichkeit für die Abzweigestrategie $\mu_1^* = 0$ am niedrigsten ist.

Weiter zeigt Avenhaus (1986, S.66), dass die Gl.4.46 für α_1 ein Minimum bei $\alpha_1 = 0$ hat. Somit ist es für eine möglichst hohe Detektionswahrscheinlichkeit notwendig, keine Zwischeninventare zu berücksichtigen. Damit gibt es kein naheliegendes Kriterium, um α_1 so festzulegen, dass nach der ersten und zweiten Periode jeweils eine möglichst „gute“ Aussage gemacht werden kann.

Er macht noch eine wichtige Anmerkung. Für nicht optimale Abzweigestrategien, $\mu_1 \neq 0$, gilt bei bestimmter Wahl der Parameter α_1 und α_2 bei vorgegebenem α und μ für die Gesamtbilanz

$$1 - \beta_{CM} > 1 - \beta_{NP} = \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma_2} - \Phi^{-1}(1 - \alpha)\right). \quad (4.47)$$

Dieser Formalismus soll nun für mehrere Inventurperioden erweitert werden.

4.3.2 Der Fall mehrerer Perioden

Der Fall für zwei Inventurperioden aus Kap. 4.3.1 soll für mehrere Inventuren verallgemeinert werden. Dieser sequentielle Test soll dann für verschiedene Szenarien auf ITER angewendet werden und es soll nach einer sinnvollen Wahl der Schwellen s_i gesucht werden.

Wie schon in Gl. 4.27 zu Beginn dieses Kapitels geschrieben, sind die CUMUF-Bilanzperioden definiert durch:

$$Y_i := \sum_{j=1}^i Z_j, \quad i = 1, \dots, k \quad (4.48)$$

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

Mit unabhängigen Messungen I_i, A_i ist die Varianz gegeben durch:

$$\text{Var}(Y_i) = \sigma_{I_0}^2 + \sum_{j=1}^i \sigma_{A_j}^2 + \sigma_{I_i}^2 := \sigma_i \quad (4.49)$$

Die Berechnung der Kovarianzen zwischen den Statistiken soll hier ausgeschrieben werden. Es wird wieder angenommen, dass die einzelnen Inventarmessungen unabhängig voneinander sind. Für $k \geq l$ gilt:

$$\text{Cov}(Y_k, Y_l) = \text{E} [(Y_k - \text{E}[Y_k])(Y_l - \text{E}[Y_l])] \quad (4.50)$$

$$= \text{E}[Y_k Y_l] - \text{E}[Y_k] \text{E}[Y_l] \quad (4.51)$$

Werden jetzt die Bilanzstatistiken Y_i eingesetzt, dann verschwinden wegen der Unabhängigkeit alle bis auf die quadratischen Summanden

$$\text{Cov}(Y_k, Y_l) = \text{E}[I_0^2] + \sum_{i=1}^l \text{E}[A_i^2] - \text{E}[I_0]^2 - \sum_{i=1}^l \text{E}[A_i]^2 \quad (4.52)$$

$$= \text{Var}(I_0) + \sum_{i=1}^l \text{Var}(A_i). \quad (4.53)$$

Entsprechend ist auch die Gl. 4.38 für den Fall mit zwei Perioden verständlich.

Damit sind die Einträge der symmetrische Kovarianzmatrix Σ bestimmt.

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \text{Var}(Y_1) & \text{Cov}(Y_1, Y_2) & \dots & \text{Cov}(Y_1, Y_n) \\ \text{Cov}(Y_2, Y_1) & \text{Var}(Y_2) & \dots & \text{Cov}(Y_2, Y_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(Y_n, Y_1) & \text{Cov}(Y_n, Y_2) & \dots & \text{Var}(Y_n) \end{pmatrix}. \quad (4.54)$$

Die einzelnen Messungen der Inventare seien normalverteilt. Mit dem Argument der Bemerkung 4.3.1, sind folglich die \vec{Y} multivariat normalverteilt. Die multivariate Normalverteilung ist die Verallgemeinerung der bivariaten Normalverteilung. Mit der Kovarianzmatrix Σ und dem Erwartungswert \vec{E}_i hat sie die Dichte

$$f_i(\vec{y}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\Sigma|}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\vec{y} - \vec{E}_i)^t \cdot \Sigma^{-1} \cdot (\vec{y} - \vec{E}_i)}. \quad (4.55)$$

Das ist die Dichte der Verteilung von \vec{Y} unter H_0 für $i = 0$ bzw. H_1 für $i = 1$. Die entsprechenden Erwartungswerte sind

$$\vec{E}_i = \begin{cases} 0 & \text{für } i = 0, \\ \vec{\mu} & \text{für } i = 1, \end{cases} \quad (4.56)$$

Es soll der Test mit folgender Akzeptanzregion

$$Ak_{CM} = \left\{ (\hat{Y}_1, \dots, \hat{Y}_n) : \hat{Y}_1 \leq s_1, \dots, \hat{Y}_n \leq s_n \right\} \quad (4.57)$$

betrachtet werden.

Bemerkung 4.3.2 Wichtig ist zu bemerken, dass die kritische Region *nicht* durch die

$$Kr_{CM} = \left\{ (\hat{Y}_1, \dots, \hat{Y}_n) : \hat{Y}_1 > s_1, \dots, \hat{Y}_n > s_n \right\} \quad (4.58)$$

gegeben ist. Die Nullhypothese soll bereits abgelehnt werden, wenn nur eine Bilanzperiode Y_i den Schwellenwert überschreitet.

Das Vertrauensniveau bei der Einteilung in n Perioden ist daher gegeben durch:

$$1 - \alpha = \Pr\left(\hat{Y}_1 \leq s_1, \dots, \hat{Y}_n \leq s_n | H_0\right) \quad (4.59)$$

$$= \int_{-\infty}^{s_1} \cdots \int_{-\infty}^{s_{n-1}} \int_{-\infty}^{s_n} dy_1 \cdots dy_n f_0(\vec{y}) \quad (4.60)$$

Die Detektionswahrscheinlichkeit ist von der Diversionsstrategie $\vec{\mu}$ abhängig. Das Integral für die Detektionswahrscheinlichkeit ist gegeben durch:

$$1 - \beta = 1 - \int_{-\infty}^{s_1} \cdots \int_{-\infty}^{s_{n-1}} \int_{-\infty}^{s_n} dy_1 \cdots dy_n f_1(\vec{y}) \quad (4.61)$$

Nach jeder Periode wird verglichen, ob die Realisierung \hat{Y}_i einen Schwellenwert s_i überschreitet. Gilt

$$\hat{Y}_i > s_i, \quad (4.62)$$

muss die Nullhypothese abgelehnt werden.

Analog zu dem von Avenhaus geschilderten Fall von zwei Perioden (Vgl. Kap. 4.3.1) lässt sich wieder eine Fehlalarmwahrscheinlichkeit α_i für die Bilanzstatistik der i -ten Periode definieren:

$$1 - \alpha_i = \Pr\left(\hat{Y}_i \leq s_i | H_0\right) = \Phi\left(\frac{s_i}{\sigma_i}\right) \quad (4.63)$$

Diese sind durch die Schwellenwerte s_i und die Varianz σ_i^2 der Bilanzstatistiken der i -ten Periode berechenbar.

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

Bemerkung 4.3.3 Eigenschaften der α_i . Es soll auf zwei wichtige Besonderheiten hingewiesen werden:

1. Die Y_i sind nach Gl. 4.53 abhängige ZV. Damit ist im Allgemeinen

$$\prod_{i=1}^n \Pr(\hat{Y}_i \leq s_i | H_0) \neq \Pr(\hat{Y}_1 \leq s_1, \dots, \hat{Y}_n \leq s_n | H_0). \quad (4.64)$$

Das Vertrauensniveau lässt sich für den CUMUF-Test *nicht* als Produkt von $1 - \alpha_i$ darstellen.

2. Im nächsten Kapitel 4.3.3 wird das erste Auftreten eines Fehlalarms in der i -ten Periode wichtig. Dieses wird durch

$$\Pr(\hat{Y}_1 \leq s_1, \dots, \hat{Y}_{i-1} \leq s_{i-1}, \hat{Y}_i > s_i | H_0) \quad (4.65)$$

beschrieben und ist im Allgemeinen verschieden von dem $1 - \alpha_i$ für die Periode. Für die Berechnung von $1 - \alpha_i$ ist nur die Realisierung \hat{Y}_i interessant.

Für den CUMUF-Test von einer Einzelperioden-Fehlalarmwahrscheinlichkeit α_i zu sprechen, ist wegen Bemerkung 4.3.3 schwierig. Es ist immer die Fehlalarmwahrscheinlichkeit α des Neyman-Pearson-Tests (4.13) der zum Zeitpunkt i durchgeführt wird. Nicht mehr.

4.3.3 Zeitliche Detektion

Es gibt eine alternative Interpretation des sequentiellen Tests in Kap. 4.3.2, die Unterteilung eines Zeitraumes in n Perioden. In bestimmten Zeitabständen wird der Test durchgeführt und solange kein Alarm auftritt, immer weiter laufen gelassen. Das Ende der Gesamtinventurperiode ist im Vorfeld noch nicht bekannt. Dieses Verfahren wird im Allgemeinen *near real time accountability* (NRTA) genannt.

Ist im Vorhinein die Anzahl der maximalen Perioden nicht bekannt, ist es nicht möglich, von einer absoluten Fehlalarm- bzw. Detektionswahrscheinlichkeit zu sprechen. Daher gibt es die Möglichkeit die schon in Kap. 4.2 angesprochene Laufzeit L zu betrachten. Dieses wird nun für den Spezialfall eines sequentiellen CUMUF-Test gemacht. Sind die Laufzeiten bestimmbar, ist es ein naheliegendes Kriterium, die mittlere Laufzeit unter der Alternativhypothese L_1 bei gegebener mittlere Laufzeit unter Nullhypothese L_0 zu minimieren.

4.3. CUMUF TEST

Nun soll berechnet werden, nach welcher Laufzeit L_0 im Mittel ein Fehlalarm auftritt. T sei die in der Anzahl von Inventurperioden gemessene Zeit. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fehlalarm gerade in der Periode i , also zum Zeitpunkt $T = i$, anschlägt, ist dann gegeben durch:

$$\Pr_0(T = i) = \Pr\left(\hat{Y}_1 \leq s_1, \dots, \hat{Y}_{i-1} \leq s_{i-1}, \hat{Y}_i > s_i | H_0\right) \quad (4.66)$$

$$= \int_{-\infty}^{s_1} \cdots \int_{-\infty}^{s_{i-1}} \int_{s_i}^{\infty} dy_1 \cdots dy_k f_0(\vec{y}) \quad (4.67)$$

Die Laufzeit unter der Nullhypothese bis zum mittleren Auftreten eines Fehlalarms ist nun gerade der Erwartungswert des Zeitpunkts T des Alarms

$$L_0 = E[T] = \sum_i i \Pr_0(T = i). \quad (4.68)$$

Die Fehlalarmwahrscheinlichkeiten (4.67) lassen sich mit Gl.(4.63) durch die einzelnen Fehlalarmwahrscheinlichkeiten α_i ausdrücken. Mit der Substitution $y'_k = \frac{1}{\sigma_k} y_k$ ist:

$$\Pr_0(T = k) = \prod_{i=1}^k \sigma_i \int_{-\infty}^{\frac{s_1}{\sigma_1}} \cdots \int_{-\infty}^{\frac{s_2}{\sigma_2}} \int_{\frac{s_k}{\sigma_k}}^{\infty} dy'_1 \cdots dy'_k \cdot f_0(\sigma_1 \cdots \sigma_k \cdot \vec{y}') \quad (4.69)$$

$$= \prod_{i=1}^k \sigma_i \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(1-\alpha_1)} \cdots \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(1-\alpha_{k-1})} \int_{\Phi^{-1}(1-\alpha_k)}^{\infty} dy'_1 \cdots dy'_k \cdot f_0(\sigma_1 \cdots \sigma_k \cdot \vec{y}') \quad (4.70)$$

Dieses Integral lässt sich nicht einfach lösen. Die Gesamtwahrscheinlichkeit für einen Fehlalarm α in der i -ten Periode Gl. 4.69 soll nun durch eine Simulation bestimmt werden. Das Integral über eine multivariate Normalverteilung lässt sich numerisch mit einer quasi Mont-Carlo-Methode bestimmen, die von Genz (1992) entwickelt wurde.

Anwendung 4.3.4 Es soll das Integral Gl. 4.67 ausgewertet werden. Die Kovarianzmatrix lässt sich für jeden Schritt aus Gl. 4.54 berechnen.

Das Problem, wie die Grenzen sinnvoll gewählt werden können, bleibt bestehen. Die Grenzen s_i lassen sich durch die Gl. 4.63 mit den Varianzen σ_i^2 aus

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

Gl. 4.49 durch die α_i ausdrücken. Das sind die Fehlalarmwahrscheinlichkeiten für den Neyman-Pearson-Test zum Zeitpunkt i .

Es soll nun angenommen werden, dass die Fehlalarmwahrscheinlichkeit für jede Periode Y_i konstant ist. Der tolerierte Schwellenwert wird entsprechend mit jeder Periode größer, solange ein Messfehler im Abbrand $\text{Var}(A_i)$ besteht.

Seien die α_i mit einer Größe von 5% angenommen. Weiter sollen die Standardabweichungen σ_A und σ_I auf 1 g festgesetzt werden. Für die Berechnung wurde der Code `CUMUF-Runlength/CUMUF_runlength*.m` verwendet. In diesem wird zur Lösung des Integrals ein Code verwendet der von Genz (1992) entwickelt wurde.

Das Ergebnis ist in Abb. 4.2 dargestellt. Nach 150 Perioden wurde die Rechnung abgebrochen. In beiden Graphen sind die Perioden auf den Abszissen abgetragen. In dem linken Graphen ist die Wahrscheinlichkeit für einen Fehlalarm in der i -ten Periode $\text{Pr}_0(T = k)$ eingezeichnet. Wie zu erwarten, fällt sie stark ab. Leider konvergiert sie nicht so schnell gegen Null, dass die Berechnung der Laufzeit möglich wäre. Der Verlauf der Kurve hat Ähnlichkeit mit einem einfachen hyperbelförmigen Verlauf. Zur besseren Analyse ist der Kehrwert der Kurve im selben Achsensystem dargestellt. Der Verlauf ist keine Gerade sondern eine nach oben geöffnete Kurve. Besonders auffällig sind die starken Schwankungen für Perioden größer 50. Für so hohe Dimensionen ist das Integral nach Genz (1992) schwer zu lösen⁷.

Ob die Hyperbel in der linken Abbildung für die Berechnung der Laufzeit schnell genug gegen Null läuft, lässt sich anhand der Darstellung des gewichteten Mittels in der rechten Abbildung erkennen. Der Erwartungswert $\text{Pr}_0(T = i)$ ist die Summe der gewichteten Mittel. Für die i -te Periode ist $i \cdot \text{Pr}_0(T = i)$ auf der Ordinate von der rechten Grafik in Abb. 4.2 dargestellt. Eindeutig ist hier erkennbar, wie langsam die Kurve gegen Null strebt.

Der Versuch die mittlere Laufzeit bis zum Auftreten eines Fehlalarms für den hier dargestellten sequentiellen CUMUF-Test auszurechnen, muss als nicht praktikabel erklärt werden.

Neben der vorgestellten Lösung des Integrals ist es auch möglich, die Messungen direkt zu simulieren und dann den CUMUF-Test (Gl. 4.62) durchzuführen. Doch durch begrenzte Rechenzeit wird es hier, gerade im Falle keiner Abzweigung, Probleme geben, die Simulation zum Ende zu führen. Canty und Avenhaus (1993, S. 21 & 22) versuchen diese, müssen aber nach

⁷Für die Berechnung der Fehlalarmwahrscheinlichkeit für mehr als 140 Perioden benötigt ein 3GHz PC mehr als eine Stunde.

4.3. CUMUF TEST

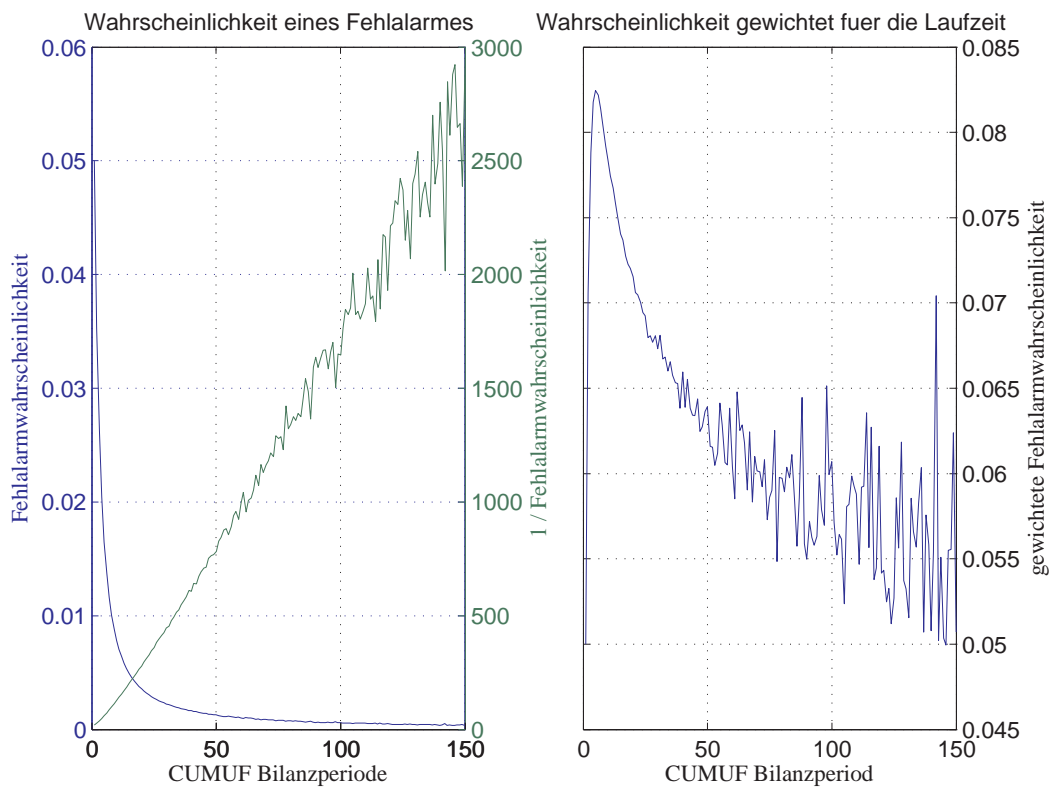


Abbildung 4.2: Berechnung des Integrales (4.67). Auf der linken Ordinate ist die Wahrscheinlichkeit für einen Alarm in der i -ten Periode dargestellt. Im rechten Diagramm ist die gewichtete Wahrscheinlichkeit $i \cdot Pr_0(T = i)$ gegen die Periode aufgetragen. Die Fläche unter dem Integral divergiert.

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

1000 Perioden abbrechen und können so nur von einem unteren Limit für die Laufzeit sprechen.

Sie zitieren Johnson (1991) mit der Idee, die Laufzeit nur bis zu einem bestimmten Bruchteil zu berechnen, z.B. bis zu einer Wahrscheinlichkeit von 50 %. Selbst darin waren sie nicht erfolgreich und sagen zusätzlich, dass diesen Ansatz eine entscheidungstheoretische Grundlage, wie die der Laufzeit, fehle.

4.3.4 Konstantes α_i , bei freiem α

Es wird wieder eine fixe Anzahl an Perioden vorausgesetzt. Damit ist insbesondere auch die Fehlalarmwahrscheinlichkeit α wieder definiert. Es sollen jetzt konstante α_i betrachtet werden. Der Wert wird auf $\alpha_i = 5\%$ festgesetzt. Dies impliziert, dass ein zum Zeitpunkt i durchgeführter NP-Test die Fehlalarmwahrscheinlichkeit von 5% hat.

Zur Veranschaulichung sollen 40 Perioden angenommen werden. Für jede einzelne Messung wird jetzt der normalverteilte Messwert unter der entsprechenden Hypothese generiert. Dabei wird eine Standardabweichung $\sigma_I = 1$ g angesetzt. Der Materialfluss wird der Einfachheit halber zuerst nicht mit betrachtet. Nach jeder simulierten PIV kann nach der CUMUF-Bilanzgleichung (Gl. 4.48) die Realisierung einer Statistik \hat{Y} berechnet werden. Deren Varianz ist nach Gl.4.49 bestimmbar.

Mit den Varianzen und den Konstanten $\alpha_i = 5\%$ lassen sich nach Gl. 4.63 die Schwellenwerte s_i berechnen. Damit kann der Test 4.62 durchgeführt werden. Falls ein Alarm ausgelöst wird, wird die Periode notiert und wieder bei der ersten Periode begonnen.

Dieser Ablauf wird für eine hohe Anzahl simulierter normalverteilter Messungen wiederholt. In Abb. 4.3 ist das Ergebnis dargestellt. Jedes Überschreiten des Schwellenwertes erhöht im Histogramm den Balken bei der entsprechenden Periode jeweils um Eins. Mit der Anzahl der Durchläufe auf 100% gesetzt, ist das Histogramm normiert.

In Abb. 4.3 ist dies in der linken Hälfte unter der Nullhypothese und in der rechten Hälfte für die Alternativhypothese einer gleichmäßigen Abzweigungsstrategie durchgeführt. Wie erwartet, zeigt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Fehlalarms ähnliches Verhalten wie die Kurve in Abb. 4.2 bis 40 Perioden. Der etwas schnellere Abfall in der Abb. 4.2 entsteht dadurch, dass dort noch ein Materialfluss mit in die Betrachtung einbezogen wurde,

4.3. CUMUF TEST

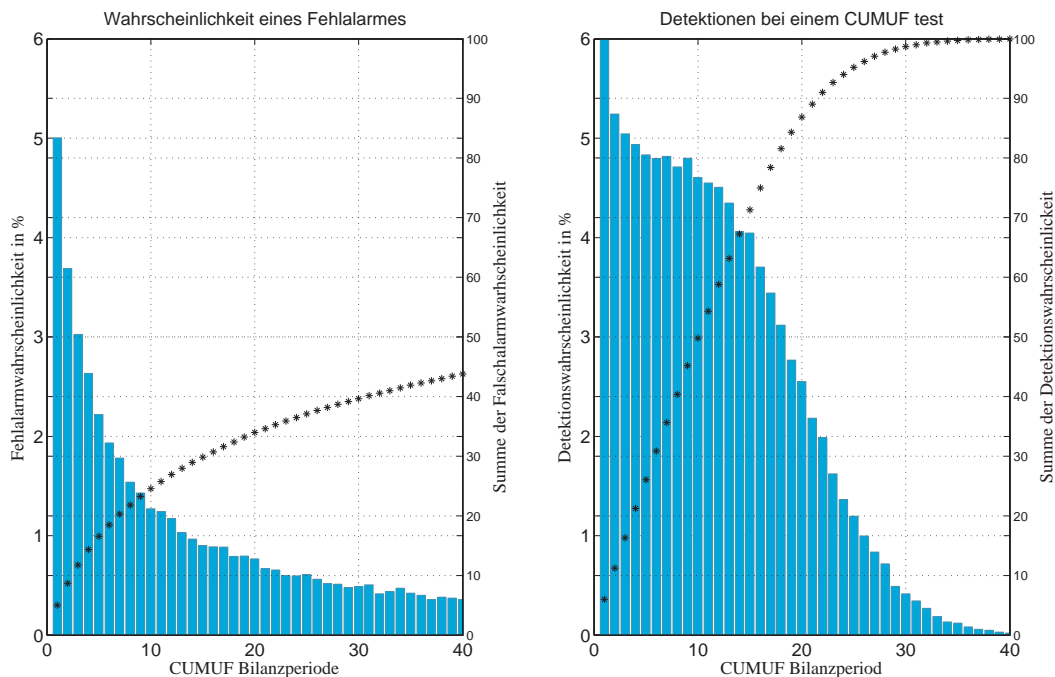


Abbildung 4.3: Im linken Diagramm ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Fehlalarms in den einzelnen Perioden aufgetragen; rechts die Detektionswahrscheinlichkeit unter der Hypothese H_1 . Dabei wurden 100000 Simulationen der 41 Inventuren bei Annahme einer gleichmäßige Abzweigung von insgesamt 5 g, $\alpha_i = 5\%$, $\sigma_I = 1$ g und keinem Abbrand $\sigma_A = 0$ g durchgeführt.

der hier wegfällt. Die Kurven für den Fehlalarm sind für den Fall $\Sigma_A = 1$ identisch⁸.

Auch in dem linken Achsensystem ist auf der rechten Ordinate die Summe der Wahrscheinlichkeit für einen Fehlalarm aufgeteilt. Am Ende des Referenzzeitraumes haben im Mittel von den bis dahin durchgeführten 40 Tests 44 % einen Alarm ausgelöst. Selbst in dem Fall als gar kein Tritium verloren gegangen ist. Dieser Anteil ist für ein Überwachungssystem nicht akzeptabel.

In der rechten Grafik von Abb. 4.3 ist die Wahrscheinlichkeit aufgetragen, dass in der i -ten Periode ein Alarm auftritt. Der Fall einer konstanten Abzweigung pro Periode wurde gewählt. In jeder Periode werden $\frac{5}{40}$ g Tritium entwendet. Es ist erstaunlich, dass unter der Annahme von einem konstanten α_i die Wahrscheinlichkeit einer Detektion in den ersten Perioden am höch-

⁸Die Abbildung ist hier nicht gezeigt.

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

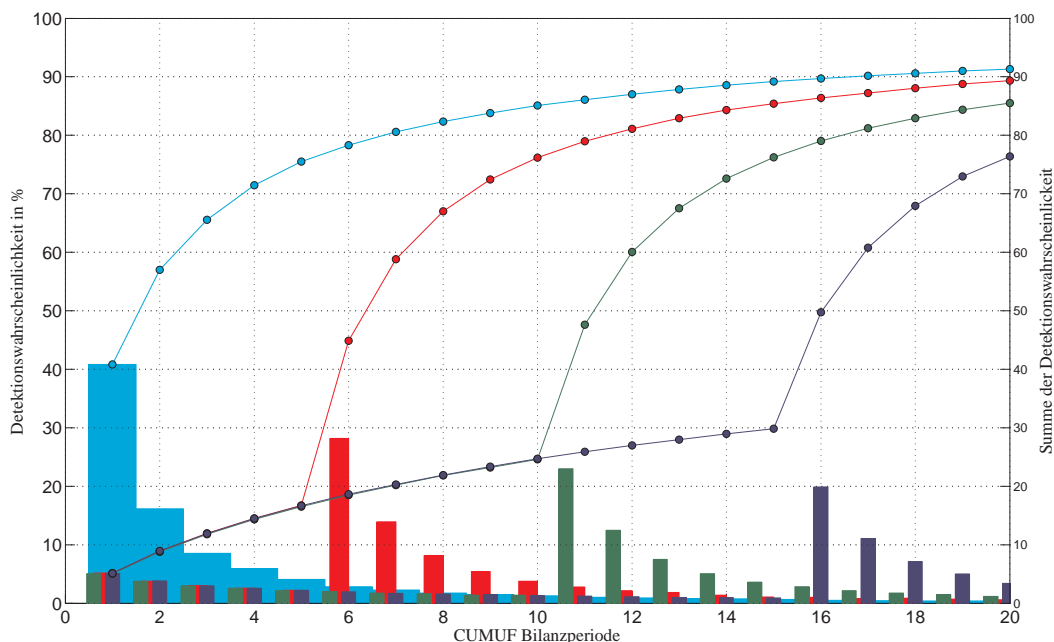


Abbildung 4.4: *Plötzliche Abzweigung in unterschiedlichem Zeitraum nach der ersten Messung.*

ten ist, obwohl zu dem Zeitpunkt erst eine recht geringe Menge abgezweigt wurde. Wird die Menge an absolut abgezweigtem Tritium geringer gewählt, verschiebt sich das Maximum zu höheren Perioden. Die Gesamtdetektionswahrscheinlichkeit überschreitet mit der 22. Periode den Wert von 90 %.

Anwendung 4.3.5 Nun wird eine abrupte Abzweigestrategie betrachtet. In Abb. 4.4 ist die gleiche Situation wie in Abb. 4.3 simuliert, mit dem Unterschied, dass jetzt die gesamte Menge von 5 g in einer Periode entnommen wird. Die Abzweigung erfolgt entweder in der 1., 6., 11. oder 16. Periode. Es ist zu erkennen, dass das Abzweigen einer so großen Menge auf einmal zu einer hohen Wahrscheinlichkeit eines Alarms im nachfolgenden Test führt. Diese beträgt bei einer Diversion in der ersten Periode noch 41 %, sinkt jedoch bei einer Abzweigung in der 16. Periode auf 30 %.

Findet die Abzweigung zu einem späteren Zeitpunkt statt, ist in der ersten Periode der Fehlalarm von 5 % zu erkennen, der mit jeder Periode geringer wird. Die Summe der Wahrscheinlichkeiten für einen Alarm erreicht nur für die ersten beiden Fälle, früher als für den Fall der gleichmäßigen Abzweigung, die 90 %. Es fällt auf, dass der Wert sich nicht so schnell der 100 % nähert

wie in Abb. 4.3.

Die zuletzt beschriebene Grafik erinnert daran, dass bei der Durchführung von Simulation und Test, wie bei einer wirklichen Messung, ein Alarm nicht von einem Fehlalarm zu unterscheiden ist. Für eine begrenzte Anzahl von Perioden ist es sinnvoll, die gesamte Fehlalarmwahrscheinlichkeit über den gesamten Zeitraum zu limitieren.

Die Summe der Alarme in Abb. 4.3 und Abb. 4.4 ist gerade die gesamte Fehlalarm- bzw. Detektionswahrscheinlichkeit. Dass dies tatsächlich so ist, soll in der folgenden Bemerkung für die Fehlalarmwahrscheinlichkeit gezeigt werden.

Bemerkung 4.3.6 Die Summe der Alarme unter Nullhypothese $\Pr(T = i)$ für die Perioden $i = 1 \dots n$ ist gerade die Gesamtfehlalarmwahrscheinlichkeit α . Dies wird klar, wenn die entsprechenden Mengen betrachtet werden. So ist α gerade die Menge aller n -Tupel $\{(\hat{Y}_1, \dots, \hat{Y}_n)\}$ in denen jeweils genau ein Alarm $\hat{Y}_i > s_i$ vorkommt. Die Wahrscheinlichkeit für einen Alarm in der i -ten Periode $\Pr(T = i)$ ist durch Gl. 4.66 gegeben. Die Summe und damit die Vereinigung der Menge aller Tupel

$$\bigcup_{i=1}^n \left\{ (\hat{Y}_1, \dots, \hat{Y}_n) \mid \hat{Y}_1 \leq s_1, \dots, \hat{Y}_{i-1} \leq s_{i-1}, \hat{Y}_i > s_i \right\} \quad (4.71)$$

schließt den Fall mit genau einem Alarm $\hat{Y}_i > s_i$ ein. Damit ist sichergestellt, dass es keine Doppelzählungen gibt. Es muss gezeigt werden, dass

$$\bigcap_{i=1}^n \left\{ (\hat{Y}_1, \dots, \hat{Y}_n) \mid \hat{Y}_1 \leq s_1, \dots, \hat{Y}_{i-1} \leq s_{i-1}, \hat{Y}_i > s_i \right\} = \emptyset. \quad (4.72)$$

Die Menge für $i = n$ beinhaltet nur Tupel, in denen alle Realisierungen $\{\hat{Y}_i \mid i < n\}$ den entsprechenden Grenzwert s_i nicht überschritten haben. Dies ist in allen anderen Mengen der Fall, daher gibt es kein gemeinsames Tupel. Entsprechend für $i = n - 1$ usw. argumentieren.

Für ein Safeguardsystem ist die gesamte Fehlalarmwahrscheinlichkeit ausgesprochen wichtig. Dem soll nun Beachtung geschenkt werden, indem der zu überwachende Zeitraum abgesteckt wird und für diesen Zeitraum die Fehlalarmwahrscheinlichkeit auf 5% gesetzt wird. Die Freiheit in der Wahl des Schwellenwertes soll jetzt genutzt werden, um eine sinnvolles Kriterium für ein KontrollszENARIO zu entwerfen. Im Folgenden werden die drei naheliegenden Ideen für den Fall von ITER untersucht:

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

- Den Schwellenwert s_i für jeden Test konstant wählen. (Kapitel 4.3.5)
- Die Wahrscheinlichkeit für einen Fehllalarm in der i -ten Periode konstant halten. (Kapitel 4.3.6)
- Die Wahrscheinlichkeit von $1 - \alpha_i$ konstant wählen. (Kapitel 4.3.6)

4.3.5 Konstante Schwellenwerte

Mit einem konstanten Schwellenwert wird nun der Test aus Gl. 4.62 wiederholt. Dafür werden normalverteilte Messungen simuliert und daraus die CUMUF \hat{Y}_i berechnet.

Für die Simulation werden die ersten zehn Betriebsjahre vom ITER betrachtet. Die Inventare und Messunsicherheiten sind in Abb. 2.5 und Tab. 2.9 angegeben. Da in den ersten zwei Betriebsjahren noch kein Tritium in ITER vorhanden ist, wird wieder zu Beginn des dritten Jahres mit einem Startinventar von exakt Null begonnen.

Falls der Test einen Alarm auslöst, wird die Periode notiert und wieder bei der ersten Periode begonnen. Dieser Ablauf wird für viele simulierte normalverteilte Messungen wiederholt. In Abb. 4.3 ist das Ergebnis für 100.000 Durchläufe dargestellt. Jedes Überschreiten des Schwellenwertes erhöht im Histogramm den Balken bei der entsprechenden Periode jeweils um Eins. Genormt ist das Histogramm, indem durch die Anzahl der Durchläufe (hier 100.000) geteilt wird.

Die Simulation wird wie in Anwendung 4.3.4 durchgeführt, mit dem Unterschied, dass jetzt die Werte von ITER betrachtet werden. Insbesondere werden nun die Anlieferungen und der Abbrand von Tritium mitbetrachtet. Wird ein konstanter Schwellenwert gewählt, z.B. von 100 g kann am Ende der Simulation die gesamte Fehllalarmwahrscheinlichkeit berechnet werden. Das ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten für einen Fehllalarm α_i der acht Perioden. Leider ist diese, bei einem willkürlich gewählten Schwellenwert, im Allgemeinen nicht nahe an 5%.

Der richtige Schwellenwert wurde in diesem Fall manuell gefunden. Das Verfahren bestand darin, den Schwellenwert bei zu hoher Anzahl an Fehllarmen solange zu erhöhen, bis die Gesamtwahrscheinlichkeit bei ungefähr 5% lag.

Das Ergebnis der Versuche ist ein Schwellenwert von 362 g. Für diesen Schwellenwert liegt das Mittel von zehn Simulationen bei einer Fehllalarmwahr-

4.3. CUMUF TEST

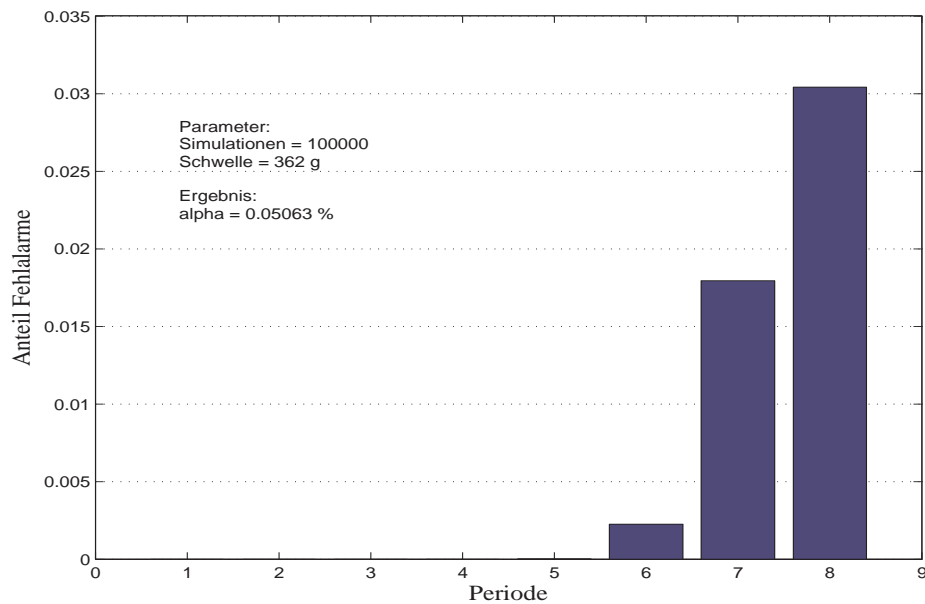


Abbildung 4.5: Verteilung der Fehlalarme bei konstantem Schwellenwert nach Kapitel 4.3.5

scheinlichkeit von $5,02 \pm 0,07\%$. Diese Abschätzung soll an dieser Stelle genügen.

Wird die gesamte Laufzeit von ITER betrachtet, ergibt sich eine Schwelle von 791 g. Diese ist mehr als doppelt so hoch.

Bei einem so großen Schwellenwert wird es in den ersten Jahren zu keinem Fehlalarm kommen. Insbesondere ist der Schwellenwert höher als das Gesamtinventar und die Tritiumflüsse im ersten Jahr (vgl. Abb. 2.5.). Das Ergebnis für eine Simulation ist exemplarisch in Abb. 4.5 dargestellt. Wie erwartet, tritt der größte Teil der Alarme erst im Test der letzten Bilanzperiode auf. Die Summe ist mit $\alpha = 5,06\%$ nahe der Randbedingung.

Schwelle konst. für ITER	
Durchläufe	100.000
Alpha	0,05
Ergebnis:	
Schwellen[8J]	362 g
Schwellen[18J]	791 g
Benutztes Skript:	
CUMUF/Fehlalarm_Fix/ Schranke_konstant.m	

4.3.6 Konstante Wahrscheinlichkeit für einen Fehlalarm in jeder Periode

Eine konstante Fehlalarmwahrscheinlichkeit für jeden CUMUF-Test

$$\Pr(T = i) = \text{konst, für } i = 1 \dots n$$

wird als Kriterium für die Festlegung der Freiheit in der Wahl der Schwellenwerte gesetzt. Damit ist gemeint, dass in jeder Periode das erstmalige Auftreten eines Fehlalarms gleich wahrscheinlich ist. Die Randbedingung für die gesamte Fehlalarmwahrscheinlichkeit ist $\alpha = 5\%$.

Nach Bemerkung 4.3.6 kann nun die Gesamtfehlalarmwahrscheinlichkeit α gleichmäßig auf die Anzahl der Perioden aufgeteilt werden. Es soll der Fall ITER betrachtet werden. Für acht und 18 Jahre ist damit $\Pr(T = i) = \frac{0,05}{8} = 0,00625$ bzw. $0,0028$ für alle i in dem Zeitraum.

Das Auffinden des richtigen Schwellenwertes kann somit iterativ erfolgen. Erst für die erste Periode und dann für die jeweils nachfolgende unter Verwendung der vorherigen Ergebnisse.

Die Suche nach der richtigen Schwelle erfolgt automatisiert. Dabei wurde folgendes Verfahren beginnend mit der ersten Periode angewandt.

1. Schranke s und die gewünschte Zielgenauigkeit x wählen.
2. Simulation von ausreichend Messwerten, um eine Statistik zu erhalten. Konkret werden jedes Mal 40.003 Werte simuliert. Je größer die Anzahl, desto genauer die Abschätzung für die $\Pr(T = i)$ und desto kleiner kann zudem die Zielgenauigkeit x gewählt werden. Die Werte für ITER werden benutzt, um Messungen mit den entsprechenden Erwartungswerten und Varianzen zu erzeugen.
3. Durchführen des CUMUF-Tests.
4. Auszählen der aufgetretenen Wahrscheinlichkeit für einen Alarm. Das ist $\Pr T = 1$.
5. Falls $\Pr(T = 1) > (0,625 + x)\%$: s größer wählen und weiter mit 3.
6. Falls $\Pr(T = 1) < (0,625 - x)\%$: s kleiner wählen und weiter mit 3.
7. Ist $(0,625 + x)\% < \Pr(T = 1) < (0,625 - x)\%$, den Wert s_1 akzeptieren und speichern. Dann unter Verwendung des s_1 mit der Suche nach s_2 mit $\Pr(T = 2)$ wieder von vorne beginnen.

4.3. CUMUF TEST

Jahr T	1	2	3	4	5	6	7	8
Schwelle [in g]	2,51	22,4	82,4	130	195	309	415	487
$\Pr(T = i) [\cdot 10^{-3}]$	6,30	6,24	6,29	6,29	6,21	6,29	6,28	6,23

Tabelle 4.2: Ergebnis der Schwellenwerte einer Simulation des CUMUF-Tests für ITER mit konstantem $\Pr(T = i)$ nach Kapitel 4.3.6. Es wurden $n = 500.000$ und eine Zielgenauigkeit von $(0,625 \pm 0,005)\%$ gefordert.

Jahr T	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Schwelle [in g]	2,80	25,0	92,0	146	217	349	472	556	624
$\Pr(T = i) [\cdot 10^{-3}]$	2,76	2,71	2,69	2,72	2,81	2,78	2,69	2,77	2,85
Jahr T	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Schwelle [in g]	680	732	768	815	844	876	904	936	958
$\Pr(T = i) [\cdot 10^{-3}]$	2,82	2,78	2,75	2,70	2,83	2,83	2,72	2,69	2,76

Tabelle 4.3: Ergebnis der Schwellenwerte einer Simulation des CUMUF-Tests für ITER mit konstantem $\Pr(T = i)$ nach Kapitel 4.3.6. Es wurden $n = 100.000$ Simulationen durchgeführt und eine Zielgenauigkeit von $(0,27 \pm 0,01)\%$ gefordert.

Die Schrittweite, mit der im Punkt 5 und Punkt 6 voran bzw. zurück geschritten wird, wurde folgendermaßen bestimmt. Wird das erste Mal geschritten, wird als Schrittweite einfach die Periodenzahl in Gramm genutzt — je nach Schätzwert hoch oder hinunter. Wird der Zielbereich übersprungen, wird die Schrittweite auf $\frac{1}{3}$ reduziert und in die andere Richtung weitergehüpft. Wird dann nach spätestens drei Schritten der Zielbereich wieder überschritten, wird wieder die Schrittweite auf $\frac{1}{3}$ reduziert und in die andere Richtung geändert.

Das Ergebnis für die ersten acht Tritiumjahre ist in Tabelle 4.2 notiert. Der Zielwert für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Alarm in einer Periode auftritt ist 0,00625. Es wurden für jeden Schritt 500.000 Messungen simuliert und das Ergebnis akzeptiert, falls es in einem Toleranzbereich von $x = 5 \cdot 10^{-5}$ bei der Wahrscheinlichkeit lag. Die Anzahl der Alarme in der jeweils letzten Periode, aus denen durch Normierung die Wahrscheinlichkeit in der Periode T berechnet wurde, liegt zwischen 3105 und 3150.

Für das ITER Experiment ergeben sich bei der Betrachtung der Betriebsjahre 3-20 die in Tabelle 4.3 gelisteten Werten. Es ist klar, dass die Schwellenwerte für die ersten acht Jahre niedriger sein müssen, als für den eben betrachteten

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

Fall in Tab 4.2. Sonst würde schon nach diesen acht Jahren die Randbedingung mit $\alpha = 5\%$ erreicht.

Mit dem Ergebnis können dann die Detektionswahrscheinlichkeiten für bestimmte Abzweigestrategien berechnet werden.

Pr($T = i$) für ITER	
Durchläufe	100.000
α	5%
Pr($T = i$)	0,625%
Ergebnis:	
Schwelle	Tab. 4.3
Benutztes Skript: CUMUF/Fehlalarm_Fix/ Schranke_so_das_T_ konstant_optimiere.m	

4.3.7 Konstantes α_i und α

Das Problem mit einem vorgegebenen α ist für die Suche nach einem konstanten α_i ähnlich der Suche nach einem konstanten Schwellenwert (Kapitel 4.3.5). Wird ein α_i angenommen, ist es mit den Varianzen der CUMUF-Statistik nach Gl. 4.49 und Gl. 4.63 möglich, die Schwellenwerte für die Perioden eines Zeitraumes zu berechnen.

Wie bei der Bestimmung des Schwellenwertes in Kap 4.3.5 können die Werte von α_i solange geändert werden, bis die Simulation für α sich einem Wert von 5% mit hinreichender Genauigkeit annähert. Diese Suchaufgabe ist automatisiert und nach dem unter Kap. 4.3.5 vorgestellten Verfahren abgelaufen. Das Ergebnis der Simulation liefert für die ersten acht Jahre ein α_i von 0,761%. Die Simulation ergibt für diesen Wert eine Gesamtalarmwahrscheinlichkeit von 5,01%. Bei den 18 Jahren Laufzeit für ITER ergibt sich ein α_i von 0,520%. Für die Simulation wurden in jedem Suchschritt 100.000 mal die Messungen simuliert.

Konstantes α_i für ITER	
Durchläufe	100.000
α	5 %
Ergebnis:	
α_i [8J]	0,761 %
α_i [18J]	0,520 %
Verwendetes Skript:	
CUMUF/Fehlalarm_Fix/ alphai_konstant	

4.3.8 Detektionswahrscheinlichkeit

Die unterschiedlichen Möglichkeiten, den Schwellenwert für den CUMUF-Test bei der Einhaltung der Randbedingung für α zu wählen, beeinflussen die Möglichkeit der Detektion von verschiedenen Abzweigestrategien.

Die Betrachtung des gesamten Zeitraumes von 18 Jahren ermöglicht erst bei einem hohen Verlust an Tritium die Detektionswahrscheinlichkeit von 90 % zu erreichen. Für den optimalen Test, der die Unterteilung der Bilanzperioden vernachlässigt, wird diese Marke bei einem Verlust von 1,27 kg Tritium erreicht (vgl. Tab 4.1). Mit der Durchführung von Inventuren in der Zwischenzeit sinkt die Detektionswahrscheinlichkeit. Für einige der nun betrachteten Kombinationen aus Abzweigestrategien und Tests wäre das Inventar von ITER nicht groß genug gewesen, um im Fall eines kompletten Verlustes noch mit 90 %iger Wahrscheinlichkeit detektierbar zu sein. Dies bedeutet das Scheitern eines Bilanzierungssystems. Daher wird das Detektionsziel auf das „niedrige Level“ von 20 % gesenkt.

Fünf verschiedene Abzweigestrategie werden getestet.

- A Die optimale Strategie im Sinne der Anwendung 4.1.6
- B Abzweigung in der vierten Periode.
- C Abzweigung in der neunten Periode.
- D Abzweigung in der 14. Periode.
- E Gleichmäßige Abzweigung von der 2. bis 18. Periode

Das selbe Suchverfahren, welches in den vorherigen Kapiteln angewandt wurde, um die Fehlalarmwahrscheinlichkeit zu finden, wurde nun benutzt, um die Detektionswahrscheinlichkeit in einem Zielbereich von $20 \pm 0,01$ % zu bestimmen. Für die Simulationen der einzelnen Schritte wurden jeweils 100.000

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

	Schwelle konst (Kap. 4.3.5)	$\Pr(T = i)$ konst (Kap. 4.3.6)	α_i konst (Kap. 4.3.7)
Abzweige- strategie	A	396	504
	B	297	122
	C	300	325
	D	342	451
	E	373	360

Tabelle 4.4: Tritium Abzweigung in Gramm über 18 Perioden, mit der Annahme einer Detektionswahrscheinlichkeit von 20 %.

Werte simuliert. Das Ergebnis für den Verlust an Tritium, der mit dieser Entdeckungswahrscheinlichkeit nachgewiesen werden kann, ist in Tab. 4.4 aufgeführt.

Die Werte für die Detektionswahrscheinlichkeit liegen zwischen 115 g und 630 g. Für die optimalen Strategie (A) ist ein konstanter Schwellenwert eine gute Strategie.

Die Untersuchung mit dem CUMUF-Test begonnen auf der Suche nach einem zeitlichem Kriterium. In der Abbildung 4.6 sind nun die Alarme der drei Tests über ihrem Auftrittszeitpunkt dargestellt.

Die Übersichtlichkeit der Grafik wurde dadurch gesteigert, dass die verschiedenen Abzweigestrategien farblich gekennzeichnet sind und die Werte für die verschiedenen Detektionsstrategien durch unterschiedliche Symbole und Linien geplottet sind. Die Werte für einen konstanten Schwellenwert sind mit einer durchgezogenen Linie verbunden, die Werte für eine konstante Wahrscheinlichkeit eines Fehlalarmes sind mit einer gestrichelten Linie verbunden und die Werte mit konstantem α_i sind durch eine gepunktete Linie verbunden. So sind insgesamt 15 Linien abgebildet.

Die Gesamtdetektionswahrscheinlichkeit liegt bei 20 %, d.h. wenn die Werte der jeweils 18 verbundenen Punkte aufaddiert werden, sich immer der Wert 0,2 ergibt. Die Kurven sind auf gleiche Detektions- **und** Fehlalarmwahrscheinlichkeit genormt. Die noch letzte unbestimmte Variable, der Erwartungswert der Alternativhypothese, der mögliche Verlust an Tritium gegen den getestet wird, ist in Tabelle 4.4 gelistet.

Es ist auffällig, dass die Tests mit konstantem α_i und konstanter Fehlalarmwahrscheinlichkeit die abrupten Abzweigungen durch sofortiges Auslösen von Alarmen beantworten. Beide Tests antworten auch auf die Abzweigungsstrategie E, der gleichmäßigen Abzweigung mit vermehrten Alarmen in den ersten

4.3. CUMUF TEST

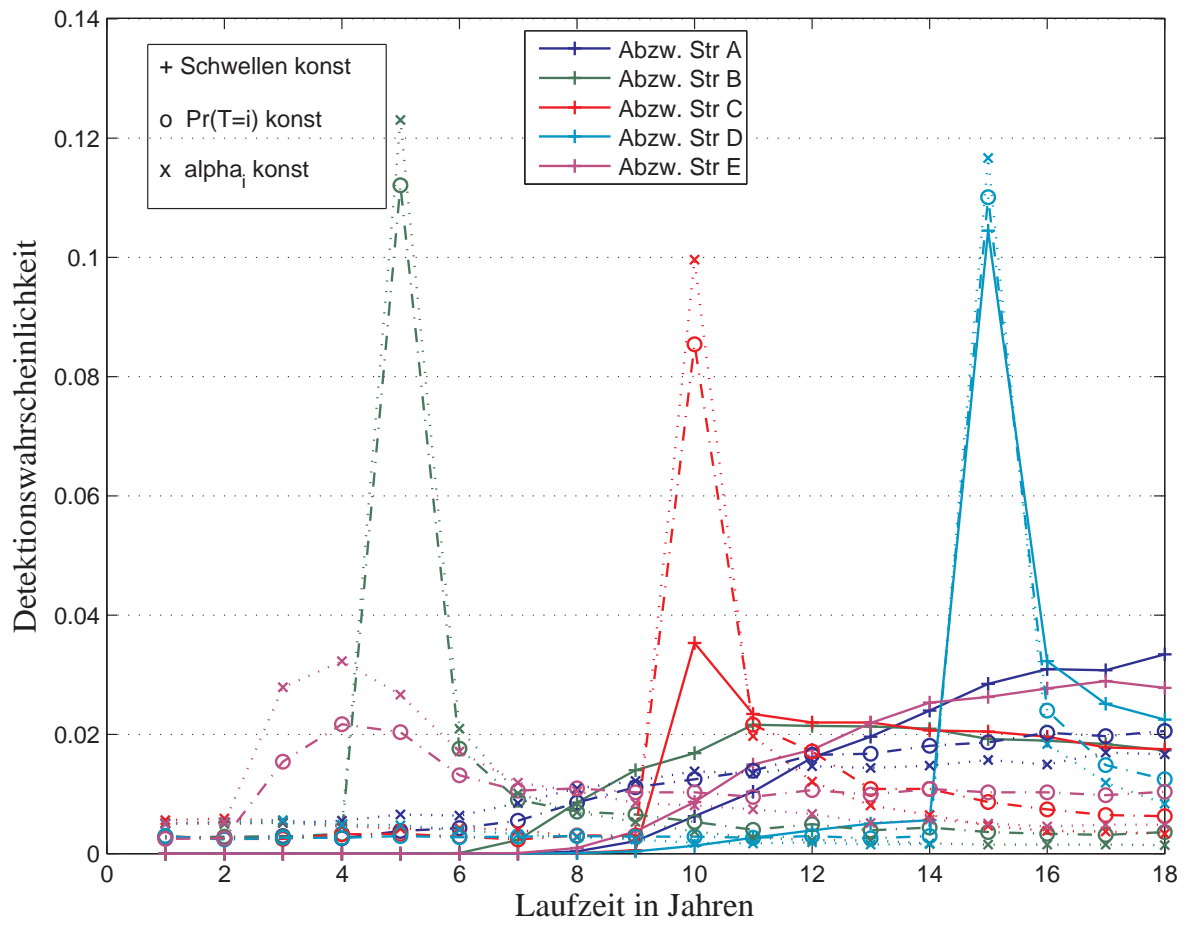


Abbildung 4.6: Die Entdeckungswahrscheinlichkeit für $\alpha = 5\%$ und $1 - \beta = 20\%$

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

Jahren.

Die optimale Abzweigungsstrategie A wird nach Tabelle 4.4 am besten von der Strategie mit konstantem Schwellenwert erkannt. In der Abbildung 4.6 ist zu erkennen, das hierbei die Alarme erst recht spät ausgelöst werden.

Konstantes α_i für ITER	
Durchläufe [18y]	300.000
α	5 %
$1 - \beta$	20 %
Ergebnis:	
Abzweigung	Tab. 4.4
Verwendetes Skript:	
CUMUF/Fehlalarm_Fix/ Detektionswahrscheinlichkeit_18	

4.4 Transformation in unabhängige MUFs

Ein Problem, welches die Analyse mehrere Inventurperioden erschwert, ist die Abhängigkeit der einzelnen Materialbilanzgleichungen.

Dafür soll wie in Avenhaus und Canty (1996, Kap. 7.3.1) besprochen, der Vektor \vec{Z} der abhängigen einzelnen Bilanzgleichungen, auf einen Vektor \vec{V} von unabhängigen Bilanzgleichungen transformiert werden.

Wie bisher wird angenommen, dass die einzelnen Messungen der Inventare I_i und des Materialflusses A_i in oder aus dem Bilanzbereich voneinander unabhängig sind. Die Abhängigkeit der V_i besteht also nur durch das jeweils gemeinsame Inventar mit der vorherigen und nachfolgenden Bilanzstatistik.

Die neuen Bilanzstatistiken seien rekursiv definiert durch

$$\begin{aligned} V_i &= a_i V_{i-1} + Z_i, \quad i = 2, 3, \dots \\ V_1 &= Z_1. \end{aligned} \tag{4.73}$$

Damit die V_i unabhängig sind, muss gelten

$$\begin{aligned} 0 &= \text{Cov}(V_i, V_{i-1}) \\ &= \text{Cov}(a_i V_{i-1} + Z_i, V_{i-1}) \\ &= a_i \text{Var}(V_{i-1}) + \text{Cov}(Z_i, V_{i-1}) \\ &= a_i \text{Var}(V_{i-1}) + \text{Cov}(Z_i, a_i V_{i-2} + Z_{i-1}) \\ &= a_i \text{Var}(V_{i-1}) - \text{Var}(I_{i-1}). \end{aligned} \tag{4.74}$$

4.4. TRANSFORMATION IN UNABHÄNGIGE MUFS

Dabei wurde genutzt, dass

$$\begin{aligned}\text{Cov}(Z_{i+1}, Z_i) &= \text{Cov}(I_{i-1} + A_i - I_i, I_i + A_{i+1} - I_{i+1}) \\ &= \text{Cov}(-I_i, I_i) = -\text{Var}(I_i).\end{aligned}\quad (4.75)$$

Somit ergeben sich nach (4.74) die Koeffizienten für die unabhängig transformierten Bilanzstatistiken Gl.(4.73) zu

$$a_i = \frac{\text{Var}(I_{i-1})}{\text{Var}(V_{i-1})}.\quad (4.76)$$

Die Varianz $\text{Var}(V_i)$ der i -ten unabhängigen Bilanzperiode kann nun berechnet werden zu

$$\text{Var}(V_i) = a_i^2 \text{Var}(V_{i-1}) + \text{Var}(Z_i) + 2a_i \text{Cov}(V_{i-1}, Z_i) \quad (4.77)$$

$$= a_i^2 \text{Var}(V_{i-1}) + \text{Var}(Z_i) - 2a_i \text{Var}(I_{i-1}) \quad (4.78)$$

$$= \frac{\text{Var}(I_{i-1})^2}{\text{Var}(V_{i-1})} - 2 \frac{\text{Var}(I_{i-1})^2}{\text{Var}(V_{i-1})} + \text{Var}(Z_i) \quad (4.79)$$

$$= \text{Var}(Z_i) - \frac{\text{Var}(I_{i-1})^2}{\text{Var}(V_{i-1})}.\quad (4.80)$$

Diese rekursive Beziehung für die Varianz wird abgeschlossen durch

$$\text{Var}(V_1) = \text{Var}(Z_1).\quad (4.81)$$

Damit ist es jetzt möglich, die a_i durch bekannte Variablen auszudrücken:

$$a_{i+1} = \frac{\text{Var}(I_i)}{\text{Var}(V_i)} \quad (4.82)$$

$$= \frac{\text{Var}(I_i)}{\text{Var}(Z_i) - \frac{\text{Var}(I_{i-1})^2}{\text{Var}(V_{i-1})}} \quad (4.83)$$

$$= \frac{\text{Var}(I_i)}{\text{Var}(Z_i) - a_i \text{Var}(I_{i-1})^2} \quad (4.84)$$

$$= \frac{\text{Var}(I_i)}{(1 - a_i) \text{Var}(I_{i-1}) + \text{Var}(A_i) + \text{Var}(I_i)} \quad (4.85)$$

$$(4.86)$$

Mit der Anfangsbestimmung $a_1 = 0$ kann so rekursiv der Vektor \vec{V} von unabhängigen Materialbilanzstatistiken berechnet werden.

4.4.1 Stewart's Startinventar

In (Avenhaus und Spannagel 1988) beschreiben die Autoren die Idee von Stewart (1958), für jede i -te Bilanzperiode ein Startinventar S_i einzuführen, welches aus einem gewichteten Mittel aus dem vorherigen Buch- und Endinventar berechnet wird. Die Materialbilanzgleichungen sind damit:

$$\begin{aligned} V_1^s &= Z_1 = I_0 - A_1 - I_1 \\ V_i^s &= S_{i-1} - A_i - I_i \end{aligned} \quad (4.87)$$

Die Gewichtung wird dabei so gewählt, dass die Varianz σ^2 so klein wie möglich ist⁹.

Im Fall von nur zwei Bilanzperioden, ist das Startinventar für die zweite Periode mit minimaler Varianz:

$$S_1 = \frac{\sigma_{I_0}^2 + \sigma_{A_1}^2}{\sigma_{I_0}^2 + \sigma_{A_1}^2 + \sigma_{I_1}^2} \cdot I_1 + \frac{\sigma_{I_1}^2}{\sigma_{I_0}^2 + \sigma_{A_1}^2 + \sigma_{I_1}^2} \cdot (I_0 - A_1) \quad (4.88)$$

Die Varianz von S_1 ergibt sich zu

$$\frac{1}{\sigma_{S_1}^2} = \frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_0^2 + \sigma_{A_1}^2} \quad (4.89)$$

Für jede weitere Inventur-Periode i gilt die Rekursions-Formel:

$$S_{i-1} = \frac{\sigma_{S_{i-2}}^2 + \sigma_{A_{i-1}}^2}{\sigma_{S_{i-2}}^2 + \sigma_{A_{i-1}}^2 + \sigma_{I_{i-1}}^2} \cdot I_{i-1} + \frac{\sigma_{I_{i-1}}^2}{\sigma_{S_{i-2}}^2 + \sigma_{A_{i-1}}^2 + \sigma_{I_{i-1}}^2} \cdot (S_{i-2} - A_{i-1}) \quad (4.90)$$

Die Varianz des Startinventars $\sigma_{S_i}^2$ ist dann

$$\frac{1}{\sigma_{S_{i-1}}^2} = \frac{1}{\sigma_{I_{i-1}}^2} + \frac{1}{\sigma_{S_{i-2}}^2 + \sigma_{A_{i-1}}^2} \quad (4.91)$$

Für die Bilanzstatistik $\sigma_{V_i^s}^2$ ergibt sich die Varianz rekursiv zu

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma_{V_i^s}^2 - \sigma_{I_i}^2 - \sigma_{A_i}^2} &= \frac{1}{\sigma_{I_{i-1}}^2} + \frac{1}{\sigma_{V_{i-1}^s}^2 - \sigma_{I_{i-1}}^2}, \text{ für } i = 2, 3, \dots, n \quad (4.92) \\ \sigma_{V_1^s}^2 &= \sigma_{I_0}^2 + \sigma_{A_1}^2 + \sigma_{I_1}^2. \end{aligned}$$

⁹Bemerkung zur Notation. Das Hochgestellte s bei der Bilanzstatistik V^s steht für Stewart.

4.4. TRANSFORMATION IN UNABHÄNGIGE MUFS

Bemerkung 4.4.1 Dass die Varianz wirklich minimal ist, zeigt sich in (Avenhaus 1977). Sei ein erwartungstreuer Schätzer für das Startinventar gegeben durch

$$\tilde{S}_{i-1} = b_{i-1}(\tilde{S}_{i-2} - A_{i-1}) - (1 - b_{i-1})I_{i-1}; \quad 0 \leq b_{i-1} \leq 1. \quad (4.93)$$

Die Varianz des Schätzers ist:

$$\sigma_{\tilde{S}_{i-1}}^2 = b_{i-1}^2 \cdot (\sigma_{\tilde{S}_{i-2}}^2 + \sigma_{A_{i-1}}^2) + (1 - b_{i-1})^2 \cdot \sigma_{I_{i-1}}^2 \quad (4.94)$$

Die Differenziation ergibt die Bedingung für das Minimum

$$b_{i-1}(\sigma_{\tilde{S}_{i-2}}^2 + \sigma_{A_{i-1}}^2) - (1 - b_{i-1})\sigma_{I_{i-1}}^2 = 0. \quad (4.95)$$

Damit ist

$$b_{i-1} = \frac{\sigma_{I_{i-1}}^2}{\sigma_{\tilde{S}_{i-2}}^2 + \sigma_{A_{i-1}}^2 + \sigma_{I_{i-1}}^2} \quad (4.96)$$

Durch Einsetzen in Gl. (4.93) ergibt sich Gl. (4.90), die damit minimale Varianz besitzt.

Bemerkung 4.4.2 Es soll gezeigt werden, dass das Stewart'sche Startinventar nichts anderes als die Transformation in unabhängige Bilanzstatistiken wie in Kap 4.4 ist. Aus Gl. 4.90 folgt

$$S_{i-1} = I_{i-1} + \frac{\text{Var}(I_i)}{\text{Var}(S_{i-1}) + \text{Var}(A_{i-1}) + \text{Var}(I_{i-1})}(S_{i-2} - A_{i-1} - I_{i-1}) \quad (4.97)$$

Durch Einsetzen der Gl. (4.87) für V_{i-1}^s und dessen Varianz ergibt

$$S_{i-1} = I_{i-1} + \frac{\text{Var}(I_i)}{\text{Var}(V_{i-1}^s)}(V_{i-1}^s). \quad (4.98)$$

Damit ist

$$V_i^s = Z_i + \frac{\text{Var}(I_i)}{\text{Var}(V_{i-1}^s)}(V_{i-1}^s) = V_i. \quad (4.99)$$

Da auch $V_1^s = Z_1 = V_1$ gilt, sind beide Arten der Bilanzierung identisch. Damit sind insbesondere die V_i^s auch unabhängig und die Bemerkung 4.4.1 gilt natürlich auch für die V_i

4.4.2 Testen in unabhängigen Variablen

Nach jeder Inventarisierung (PIV) kann nun wieder ein Test durchgeführt werden. Einen sehr einfachen Test führen Avenhaus und Canty (1996, S.176) aus, indem sie nach jeder Inventarmessung \hat{V}_i die Nullhypothese H_0 ablehnen, falls ein Schwellenwert s_i überschritten ist.

$$\hat{V}_i > s_i \quad (4.100)$$

Damit ergeben sich, bei Annahme der Normalverteilung, wie oben für jede Periode, die Macht des Tests und die Detektionswahrscheinlichkeit:

$$1 - \alpha_i = \Phi\left(\frac{s_i}{\sigma_{V_i}}\right) \quad (4.101)$$

$$1 - \beta_i = \Phi\left(\frac{\nu_i}{\sigma_{Z_i}} - \Phi^{-1}(1 - \alpha_i)\right). \quad (4.102)$$

Wobei ν_i die abgezweigte Menge an Tritium in der Periode V_i ist. Sie kann aus der nicht-transformierten Abzweigestrategie $E[Z_i|H_1] = \mu_i$ berechnet werden:

$$\nu_i = \frac{\sigma_{I_{i-1}}^2}{\sigma_{V_{i-1}}^2} \cdot \nu_{i-1} + \mu_i, \quad i = 2, 3, \dots, n \quad \nu_1 = \mu_1 \quad (4.103)$$

Da die einzelnen Bilanzperioden unabhängig sind, gilt:

$$\begin{aligned} 1 - \alpha &= \Pr(V_1 \leq s_1, \dots, V_n \leq s_n | H_0) \\ &= \Pr(V_1 \leq s_1 | H_0) \cdots \Pr(V_n \leq s_n | H_0). \end{aligned} \quad (4.104)$$

Entsprechendes gilt für den Fehler 2. Art. Die Gesamtwahrscheinlichkeiten sind damit:

$$1 - \alpha = \prod_{i=1}^n (1 - \alpha_i) \quad (4.105)$$

$$1 - \beta = 1 - \prod_{i=1}^n \beta_i. \quad (4.106)$$

Bemerkung 4.4.3 Die Freiheit in der Setzung der s_i kann so genutzt werden, dass für alle α_i gilt $\alpha_i = \alpha_c$. So lassen sich diese aus der Fehlalarmwahrscheinlichkeit α berechnen. Es gilt

$$\begin{aligned} 1 - \alpha &= (1 - \alpha_c)^n \\ \Rightarrow 1 - \alpha_c &= \sqrt[n]{1 - \alpha}. \end{aligned} \quad (4.107)$$

4.4. TRANSFORMATION IN UNABHÄNGIGE MUFS

Bemerkung 4.4.4 Sind die Teststatistiken unabhängig und wird weiter die Festlegung $\alpha_i = \alpha_c$ wie in Bemerkung 4.4.3 getroffen, kann die mittlere Laufzeit bis zu einem Fehlalarm nach Gl. 4.25 in eine einfache Form gebracht werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass es einen Fehlalarm genau in der i -ten Periode gibt, ist:

$$L_0 = \Pr(T = i|H_0) = \sum_i^{\infty} i \cdot (1 - \alpha_c)^{i-1} \cdot \alpha_c = \frac{1}{\alpha_c} \quad (4.108)$$

Diese Form für die Laufzeit ist bei (Avenhaus und Canty 1996, S. 177) angegeben. Dass die Summe sich gerade zu $\frac{1}{\alpha}$ ergibt, ist aus der Taylorentwicklung von $\frac{1}{\alpha^2}$ an der Stelle 1 ersichtlich:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha^2} &= P_{\frac{1}{\alpha^2}}(\alpha)|_1 = 1 - 2(\alpha - 1) + \frac{6}{2!}(\alpha - 1)^2 - \dots \\ &= 1 + 2(1 - \alpha) + 3(1 - \alpha)^2 + \dots \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot (1 - \alpha)^{i-1} \end{aligned} \quad (4.109)$$

Bemerkung 4.4.5 Im Anhang geben Avenhaus und Spannagel (Avenhaus und Spannagel 1988) noch die explizite Form für die Entdeckungswahrscheinlichkeit unter speziellen Voraussetzungen an. Für den Fall, dass es keine Unsicherheit im Tritiumfluss gibt, d.h. $\sigma_{A_i}^2 = 0$, wird der stationäre Fall angenommen

$$\sigma_{I_i}^2 =: \sigma_I^2 \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.110)$$

Damit vereinfacht sich die Varianz in Gl. (4.92) zu

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma_{V_i^s}^2 - \sigma_I^2} &= \frac{1}{\sigma_I^2} + \frac{1}{\sigma_{V_{i-1}^s}^2 - \sigma_I^2}, \quad \text{für } i = 2, 3, \dots, n \\ \sigma_{V_1^s}^2 &= 2\sigma_I^2. \end{aligned} \quad (4.111)$$

Diese wird gelöst durch

$$\sigma_{V_i^s}^2 = \frac{i+1}{i} \cdot \sigma_I^2. \quad (4.112)$$

Einsetzen in Gl. (4.103) ergibt

$$\nu_i = \frac{i+1}{i} \cdot \nu_{1-i} + \mu_i, \quad i = 2, 3, \dots, n; \quad \nu_1 = \mu_1. \quad (4.113)$$

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

Welche gelöst wird durch

$$\nu_i = \sum_{j=1}^i j \cdot \mu_j. \quad (4.114)$$

Unter der Annahme einer gleichmäßigen Abzweigestrategie über n -Perioden

$$\mu_i = \frac{\mu}{n} \quad (4.115)$$

ergibt sich

$$\nu_i = \frac{i+1}{2} \cdot \frac{\mu}{n} \quad (4.116)$$

Damit schließen Avenhaus und Spannagel, dass die Detektionswahrscheinlichkeit durch

$$1 - \beta = 1 - \sum_{i=1}^n \Phi \left(\Phi^{-1}(\sqrt[3]{1-\alpha}) - \sqrt{(i+1)i} \cdot \frac{\mu}{2n\sigma_I} \right) \quad (4.117)$$

gegeben ist. Wobei sie, wie in Bemerkung 4.4.3, eine konstante Fehlalarmwahrscheinlichkeit α_0 angenommen haben.

4.4.3 Anwendung auf das TLK

Das Verständnis für Stewart's Startinventar soll dadurch überprüft werden, dass die Grafiken Fig. 2 & 3 aus (Avenhaus und Spannagel 1988) reproduziert werden.

In der ersten Grafik wird die Detektionswahrscheinlichkeit (Gl. 4.117) für verschiedene Perioden n gegen die Menge an abgezweigtem Tritium dargestellt¹⁰. Diese stimmt mit der reproduziert Abbildung 4.7 überein.

Mit der Verwendung von Gl. 4.117 ist die Einschränkung verbunden, dass es keinen Fehler des Materialflusses ($\sigma_{A_i} = 0$) gibt. Weiter wird eine konstante Unsicherheit der Inventarbestimmung von $\sigma_{I_i} = \sigma_I = 0.5\%$ des Inventars (0.2 g) angenommen. Es wird ein Zeitraum von einem Jahr, unterteilt in bis zu 12 Inventurperioden, betrachtet. Es werden in Abb. 4.7 der Übersichtlichkeit halber nur die ersten sieben Grafen dargestellt.

Bemerkenswert, aber schwer zu erkennen, ist, dass die Detektionswahrscheinlichkeit für den Verlust von 5 mg Tritium mit der Anzahl der Perioden erst

¹⁰Die Abb. 4.7 ist mit dem Skript `Avenhaus_88_stationary.m` erstellt.

4.4. TRANSFORMATION IN UNABHÄNGIGE MUFS

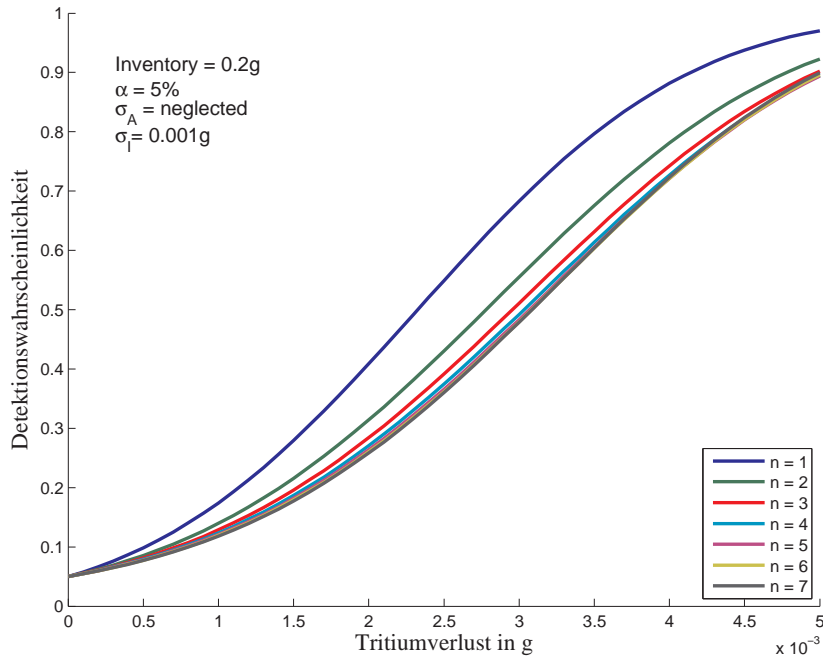


Abbildung 4.7: Darstellung der Detektionswahrscheinlichkeit nach Gl. (4.117) für das TLK.

abnimmt, bei $n = 5$ dann einen Minimalwert erreicht und danach wieder ansteigt.

Für die Abbildung 3 in (Avenhaus und Spannagel 1988) betrachten die Autoren den stationären Fall mit einem Fehler auf dem Abfallstrom. Dafür sollen die rekursiven Formeln für die Unsicherheit der Bilanzstatistik Gl. 4.92 und der Abzweigung Gl. 4.103 benutzt werden, um die Detektionswahrscheinlichkeit Gl. 4.106 zu berechnen. Es wird angenommen, dass der Abfall konstant über das Jahr verteilt anfällt, d.h. $\mu_i = \frac{\mu}{n}$, wobei die Gesamtmenge μ 2,5% des Inventars ausmachen soll. Diese Menge soll mit einer Genauigkeit von 20% bestimmbar sein. Wobei sie im Falle von n Inventurperioden pro Jahr den Fehler pro Periode nach $\sigma_{An}^2 = \frac{\sigma_A^2}{n}$ berechnen. Ansonsten dieselben Werte wie oben.

Das Ergebnis ist in Abb. 4.9 aufgeführt¹¹. Leider ist die Abbildung nicht identisch mit der von Avenhaus und Spannagel (1988, Fig. 3). Zum Vergleich ist die Grafik aus deren Artikel in Abb. 4.8 gegeben. Der Unterschied besteht

¹¹Die Abbildungen sind mit dem Skript `Avenhaus_88_stationary_with_waste.m` erstellt worden

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

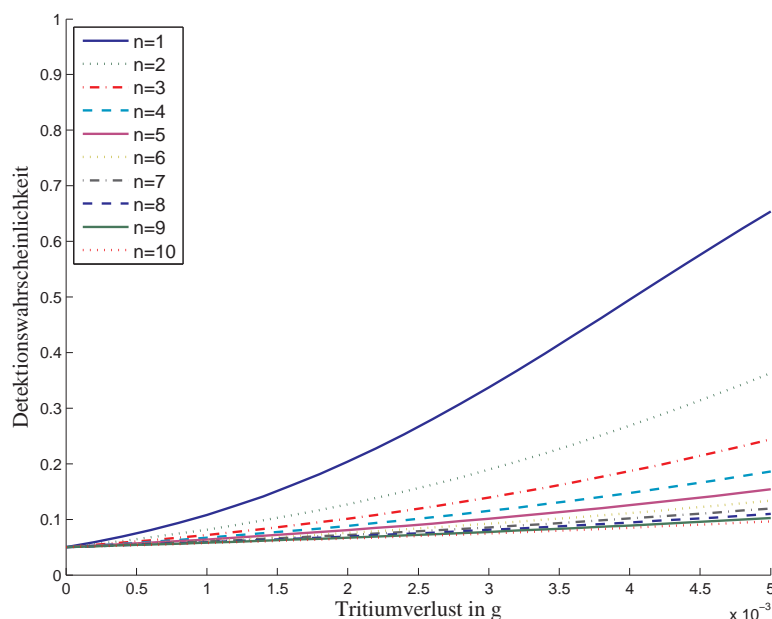


Abbildung 4.8: Die Detektionswahrscheinlichkeit mit Abfallstrom für das TLK

in einem Faktor 2 in der Standardabweichung des Abfallstromes. Dieser kann dadurch erreicht werden, dass z.B. der Anteil am Abfall-Gesamtinventar mit 5 statt mit 2,5% angenommen wird. Es wird vermutet, dass sich dieser Tippfehler in der Veröffentlichung eingeschlichen hat. Es sei angemerkt, dass die Kurven für den Fall $\sigma_A \rightarrow 0$ in die Abb. 4.7 übergehen.

4.4.4 Anwendung auf ITER

Es wird die Gesamtlaufzeit von 20 Jahren betrachtet. Die Anlieferungen, der Verbrauch und das Inventar von ITER ist in Abb. 2.5 gegeben. Das Besondere ist, dass hier nicht wie bei dem TLK die Annahme eines stationären Prozesses gemacht wird. Weiterhin wird jedoch die Fehlalarmwahrscheinlichkeit von $\alpha = 5\%$ gleichmäßig auf die α_i verteilt, so dass wieder Gl. 4.107 gilt.

Den Beginn der Bilanzierung wird auf den Anfang des dritten Betriebsjahres gesetzt. Mit diesem Jahr setzt die Lieferung von Tritium ein. Naturgemäß kann vorher auch kein Tritium abgezweigt werden. Für die Inspektoren besteht die Möglichkeit den ITER am Ende jeden Jahres zu besuchen.

Die Bestimmung der Anlieferung ist relativ genau messbar und soll hier mit

4.4. TRANSFORMATION IN UNABHÄNGIGE MUFS

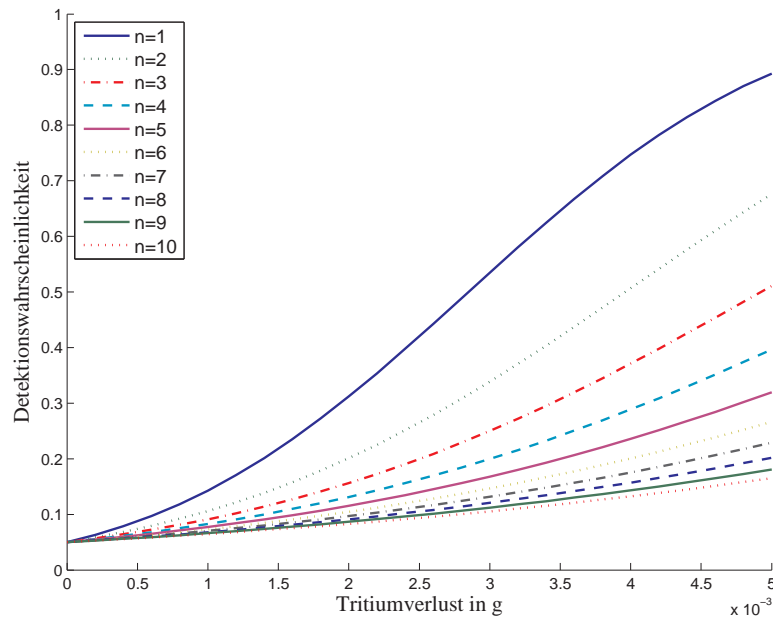


Abbildung 4.9: Die Detektionswahrscheinlichkeit mit Abfallstrom für das TLK, mit den Werten aus (Avenhaus und Spannagel 1988)

0.1% bestimmt sein. Der Verbrauch an Tritium sei mit einer Genauigkeit von 10% messbar. Die Genauigkeit der PIV sei mit 1% angenommen.

Für das Auffinden von sinnvollen Inspektionsstrategien werden einige Abzweigestrategien angenommen und anhand des *Stewart's Test* durchgeführt.

Abzweigestrategien:

- A Es wird jedes Jahr eine Menge anteilig an dem voraussichtlichen Inventar von ITER abgezweigt.
- B Im erstem Jahr wird kein Tritium abgezweigt, danach wird jedes Jahr $\frac{1}{17}$ des Verlustes pro Jahr abgezweigt.
- C Jedes Jahr wird ein $\frac{1}{18}$ der insgesamt abzuzweigenden Tritiummenge entnommen.
- D Die Gesamtmenge wird in einer bestimmten Periode abgezweigt. Die vierte Periode wird exemplarisch ausgewählt.

Detektionsstrategien:

1. Einteilung des gesamten Zeitraumes in gleichgroße Zeitintervalle.

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

2. Nur zwei Inspektionen sind erlaubt.
3. Nur drei Inspektionen sind erlaubt.
4. Besonders am Anfang und am Ende wird inspiziert.

Die Abzweigestrategie A ist in Abb.4.11 dargestellt. Für diese Abzweigestrategie ist der Tritiumverlust, der detektiert werden kann, gering. Schon ein Verlust von 22,5 g kann mit einer Detektionswahrscheinlichkeit von 90 % detektiert werden. Würde nur im 18. Jahr nachgemessen, könnte man ein Abhandenkommen von 70 g mit 90 % Wahrscheinlichkeit detektieren. Für eine PIV in jedem Jahr wird die hohe Detektionswahrscheinlichkeit ab 160 g erreicht. Die anderen Werte in Abb.4.11 liegen dazwischen.

In Abb.4.12 und Abb.4.13 sind weitere Möglichkeiten aufgetragen, wie eine Inspektionsstrategie aussehen könnte. Die Mengen, bei denen der Test anschlägt sind im Gramm Bereich. Das Testen von unabhängig transformierten Bilanzstatistiken ist gut geeignet, um die Abzweigestrategie A zu detektieren.

Die in Tabelle 4.5 aufgeführten Werte zeigen die jeweils optimalen Detektionsstrategien entsprechend der Abbildungen 4.11 bis 4.19. So kann man für jede Abzweigestrategie einen Test finden, der bei relativ geringen Tritiumverlusten anschlägt. Die Detektionsstrategie mit jährlicher Inventurnahme ist für alle der in Tabelle 4.5 aufgeführten Abzweigestrategien sinnvoll. Für die Abzweigestrategie A liegt die mögliche abzweigbare Menge zwar höher, ist mit 160 g aber noch überschaubar.

In Abbildung 4.19 ist die jährliche Detektionsstrategie gegen eine plötzliche Entnahme des Tritiums innerhalb einer Periode getestet. Wird das Tritium in den ersten Jahren der Laufzeit von ITER abgezweigt, kann dies noch leicht entdeckt werden. Wird das Tritium in der 8. oder einer späteren Periode abgezweigt, kann es selbst bei der Abzweigung von 1 kg nur mit der Detektionswahrscheinlichkeit von 50 % entdeckt werden.

Wird das Tritium optimal im Sinne des oben diskutierten *Neyman-Pearson* Testes (Anwendung 4.1.6) abgezweigt, ist diese nicht gut mit der Transformation in unabhängige Variablen zu entdecken. In Abbildung 4.1.6 ist erkennbar, dass selbst für einen Tritiumverlust von 1,2 kg keine Detektionswahrscheinlichkeit von 20 % erreichbar ist.

Die Strategien A2 und A3 sind in Abb.4.12 und 4.13 dargestellt.

4.4. TRANSFORMATION IN UNABHÄNGIGE MUFS

Abzweigestrategie	Verlust in g	Detektionsstrategie	
A	22,5	alle 3 Jahre	Abb.4.11
	2,6	nach 2; 18 Jahren	Abb.4.12
	5	nach 2; 3; 18 Jahren	Abb.4.13
B	130	jedes Jahr	Abb.4.14
	113	nach 1; 2; 3; 18 Jahren	Abb.4.15
C	10,3	Jedes Jahr	Abb.4.16
	8,24	nach 1; 18 Jahren	Abb.4.17
	8,87	nach 1; 2; 3; 18 Jahren	Abb.4.18
D	403	jedes Jahr	Abb.4.19

Tabelle 4.5: Die abgezweigte Menge an Tritium die für die Kombination aus Strategien mit 90 % nachgewiesen werden kann.

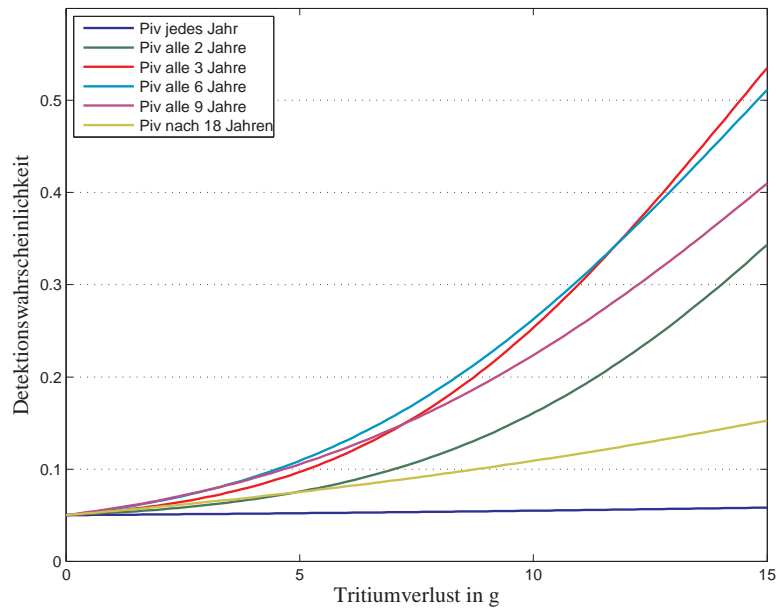


Abbildung 4.10: Abzweigestrategie A: Abgezweigt wurde anteilig am Inventar von ITER.

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

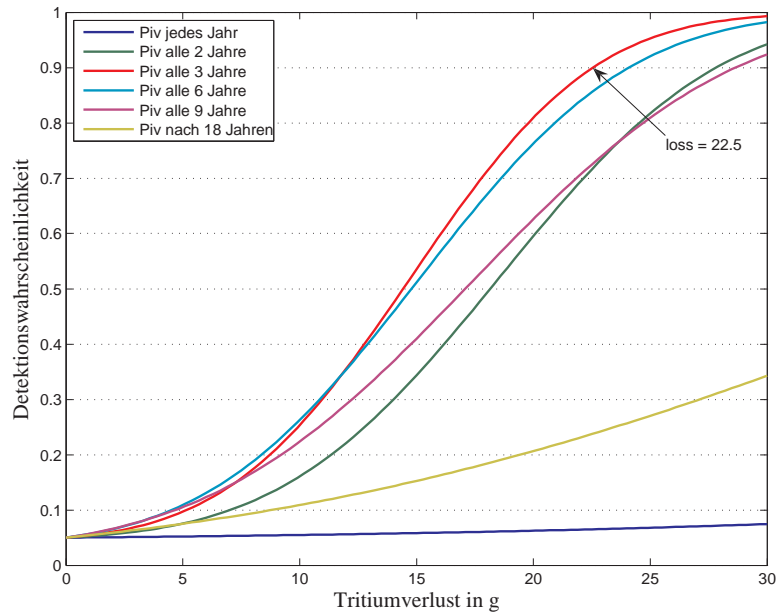


Abbildung 4.11: Der Fall A Abgezweigt wurde anteilig am Inventar von ITER.

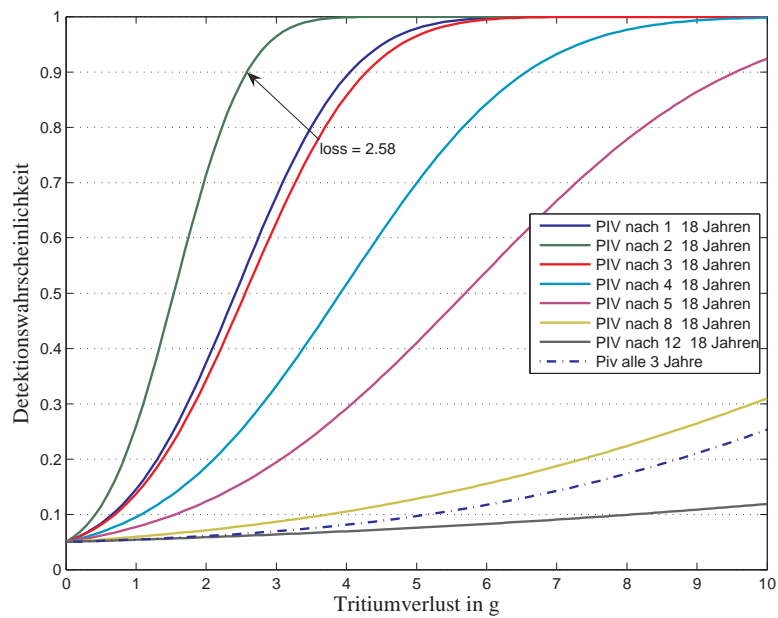


Abbildung 4.12: Abzweigestrategie (A)

4.4. TRANSFORMATION IN UNABHÄNGIGE MUFS

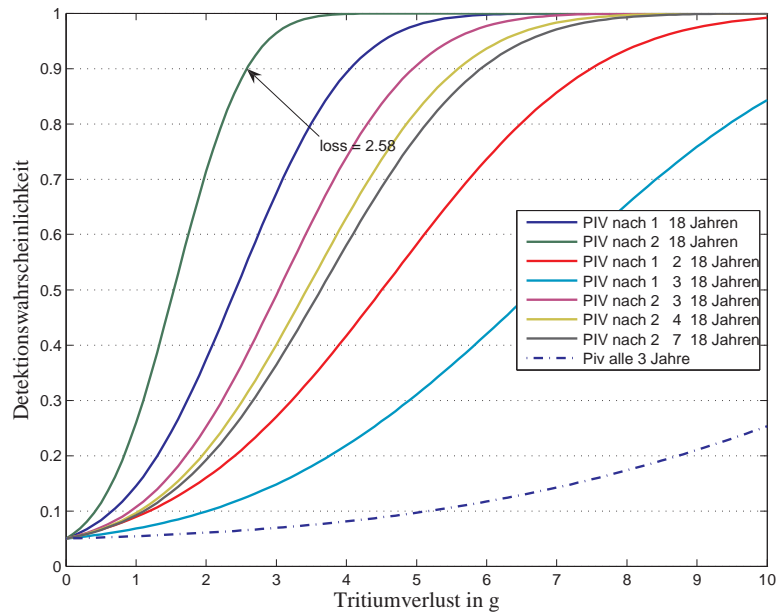


Abbildung 4.13: Abzweigestrategie (A)

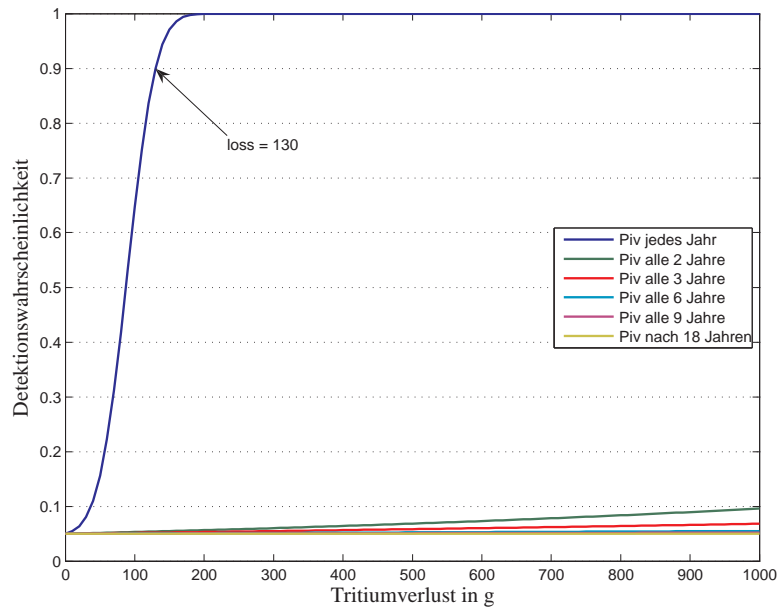


Abbildung 4.14: Abzweigestrategie B, Ab der zweiten Periode wurde jede Periode $\frac{1}{17}$ der gesamten, abzuzweigenden Tritiummenge abgezweigt.

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

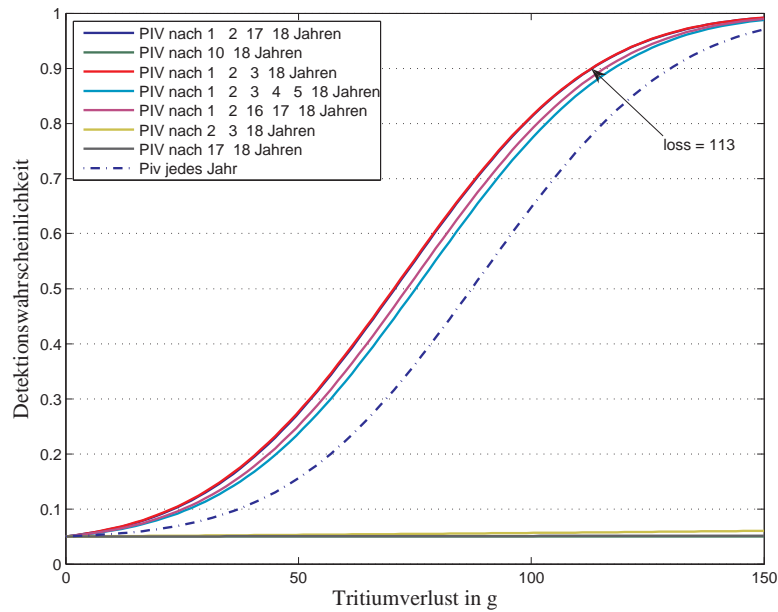


Abbildung 4.15: Abzweigestrategie B, Ab der zweiten Periode wurde jede Periode $\frac{1}{17}$ der gesamten, abzuzweigenden Tritiummenge abgezweigt.

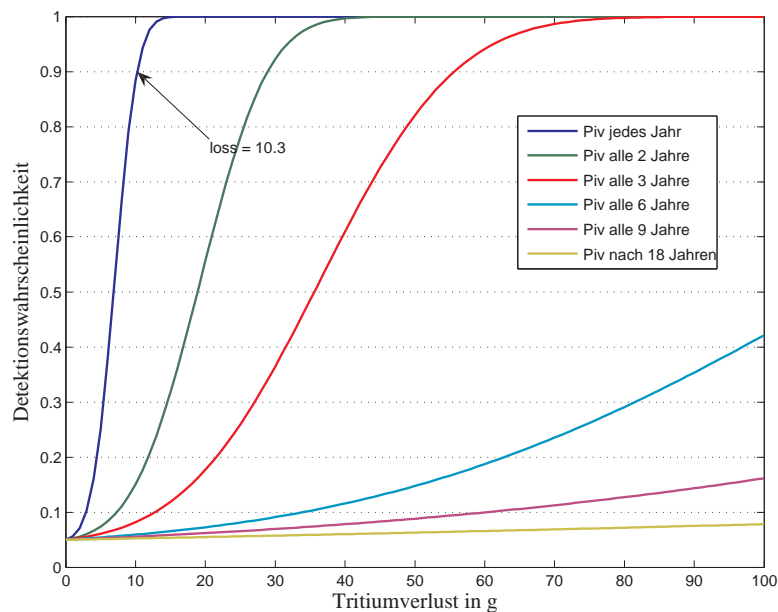


Abbildung 4.16: Jedes Jahr wird ein $\frac{1}{18}$ der gesamten, abzuzweigenden Tritiummenge abgezweigt.

4.4. TRANSFORMATION IN UNABHÄNGIGE MUFS

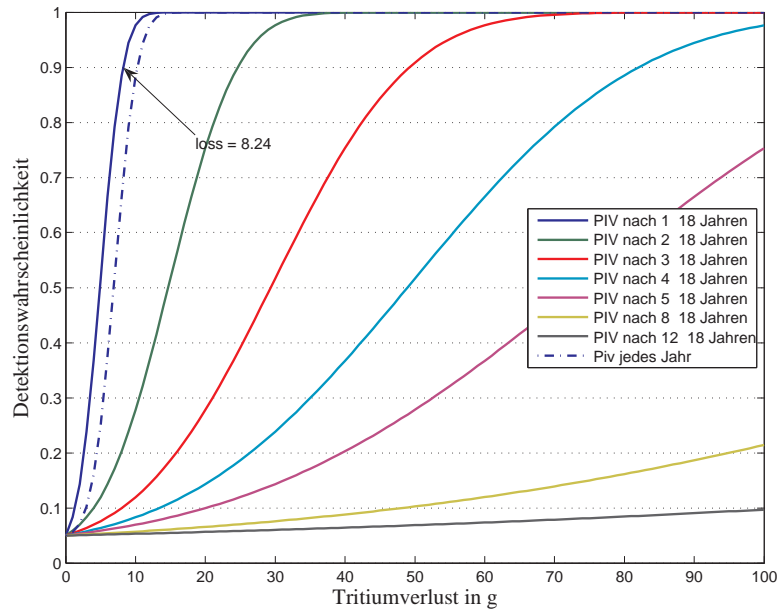


Abbildung 4.17: Jedes Jahr wird ein $\frac{1}{18}$ der gesamten abzuzweigenden Tritiummenge abgezweigt.

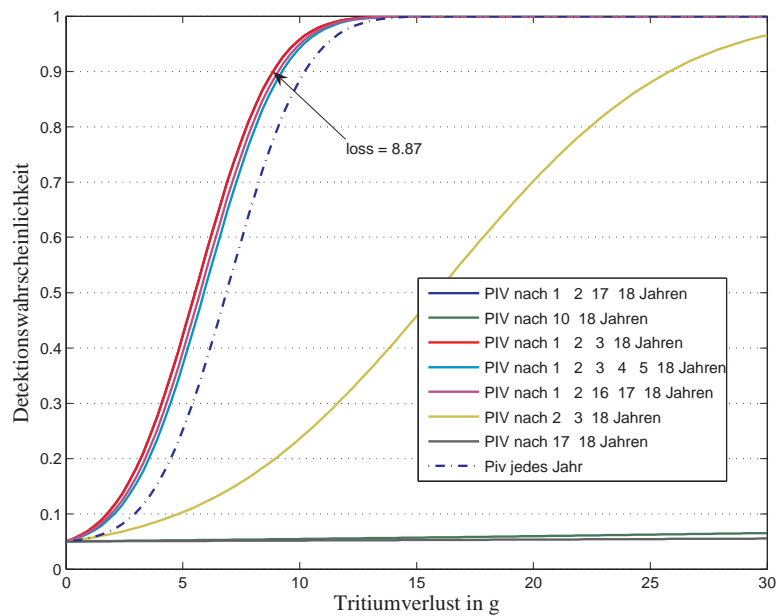


Abbildung 4.18: Jedes Jahr wird ein $\frac{1}{18}$ der gesamten abzuzweigenden Tritiummenge abgezweigt.

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

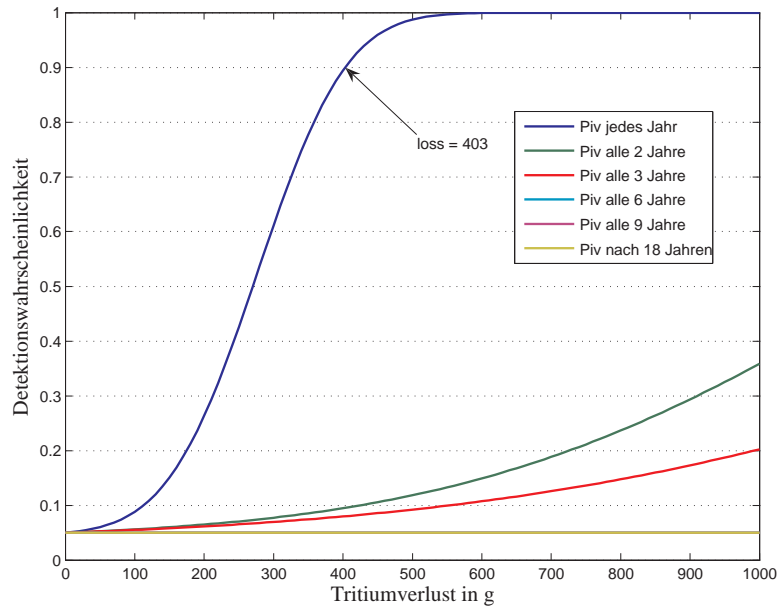


Abbildung 4.19: Abzweigestrategie, bei der die gesamte Menge in der 4. Periode abgezweigt wurde.

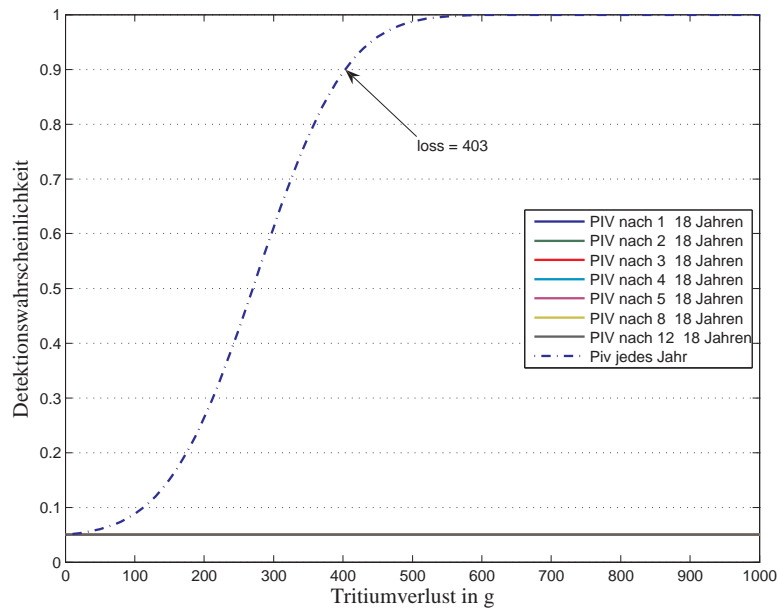


Abbildung 4.20: Abzweigestrategie, bei der die gesamte Menge in der 4. Periode abgezweigt wurde.

4.4. TRANSFORMATION IN UNABHÄNGIGE MUF5

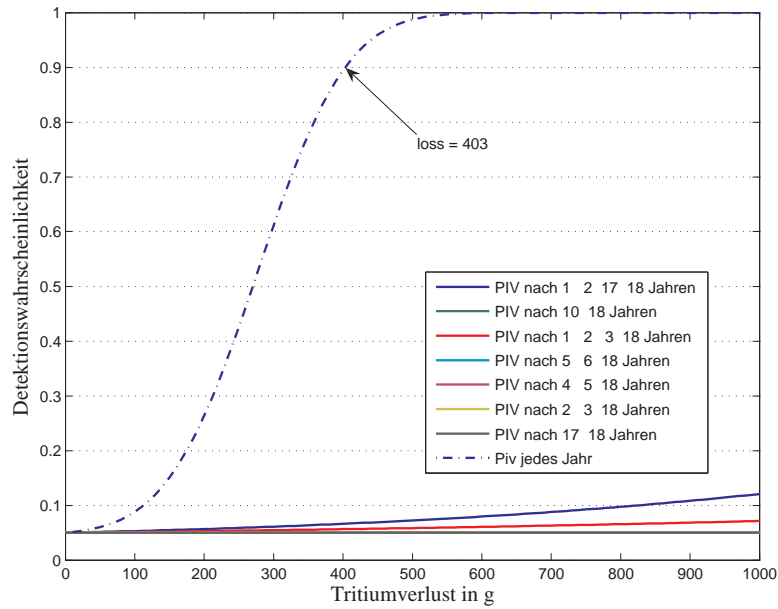


Abbildung 4.21: Abzweigestrategie, bei der die gesamte Menge in der 4. Periode abgezweigt wurde.

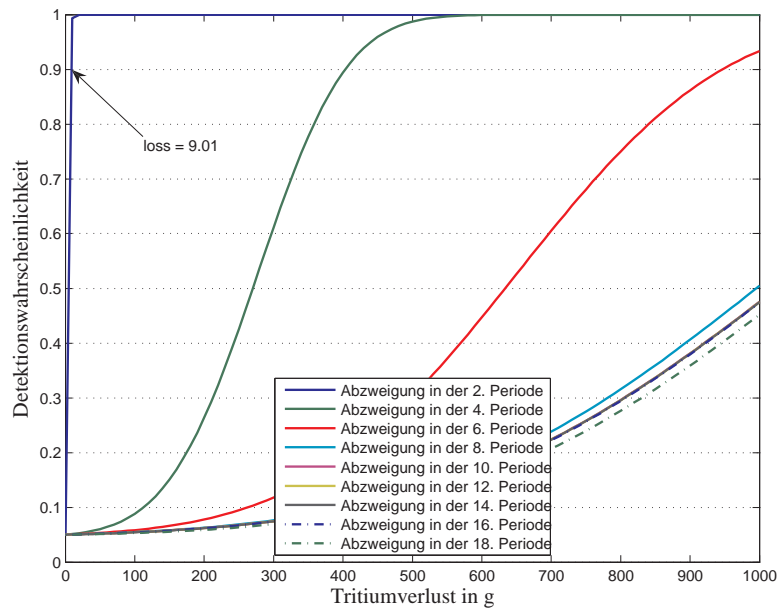


Abbildung 4.22: Abrupte Abzweigung in der x-ten Periode. Die Inspektionsstrategie besteht aus einer jährliche Inspektion

KAPITEL 4. MATERIALBILANZIERUNG MEHRERE PERIODEN

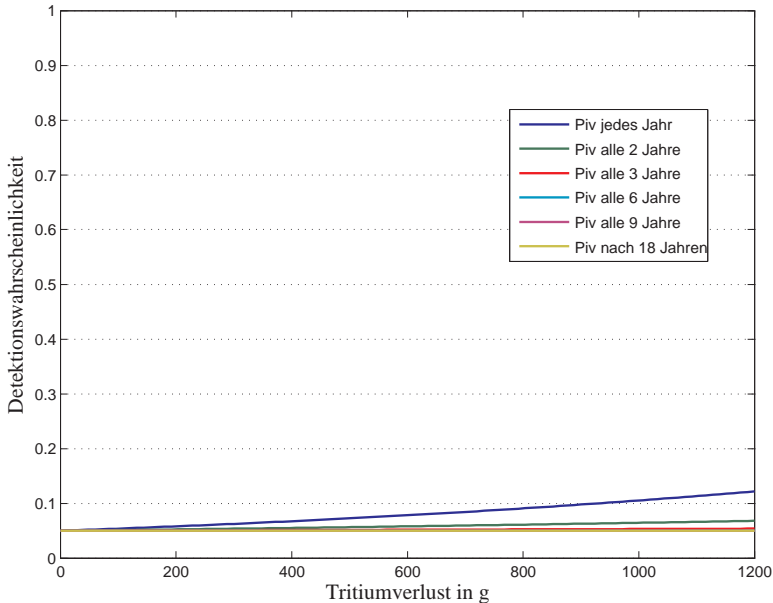


Abbildung 4.23: Optimale Abzweigungsstrategie im Sinne des NP Tests.

Kapitel 5

Bewertung und Ausblick

Im Kapitel 2 ist deutlich geworden, dass der größte absolute Fehler in der Bestimmung des Abbrandes liegen wird. Mit der plausibel gewordenen relativen Unsicherheit von 10 % für den Abbrand dominiert dieser die Genauigkeit der Tritiumbilanzierung. Insbesondere ist die Unsicherheit in der Bestimmung des Abbrandes so hoch, dass es bei einer Fehlalarmwahrscheinlichkeit von 5 % nicht sinnvoll ist die Detektionswahrscheinlichkeit auf 90 % festzulegen.

Wird jedoch eine Detektionswahrscheinlichkeit von 20 % als ausreichend angenommen, so wird je nach betrachtetem Jahr, schon eine Abzweigung von wenigen Gramm (in den ersten Betriebsjahren) und 100 g (ab dem 7. Jahr) entdeckt werden (vgl. Abb 3.5).

Werden die ersten zehn Betriebsjahre von ITER als Bilanzzeitraum betrachtet, dann wird bei einem Verlust von 171 g die Detektionswahrscheinlichkeit von 20 % erreicht sein (vgl. Tab 4.1).

Diese Zahlen sind im Vergleich zu den 2-3 g Tritium in einer Nuklearwaffe groß. Wäre es möglich den Abbrand auf 1 % genau bestimmbar, dann ist die mit 20 % detektierbare Abzweigungsmenge während der ersten zehn Betriebsjahre nur noch 23 g. In einem kontinuierlich laufenden Kraftwerksbetrieb späterer Fusionskraftwerke, ist die Bestimmung des Abbrandes einfacher.

Da Frankreich 348 einsatzbereite Kernwaffen besitzt, werden in 10 Jahren, 3 g Tritium pro Waffe angenommen, mehr als 50 g des Tritium zerfallen. Eine Auffrischung solcher Menge aus dem ITER ist bei verbesserter Abbrandbestimmung detektierbar.

Die Materialbilanzierung ist unter dieser Zielsetzung für die Tritiumüberwachung in ITER machbar. Die Detektionsmöglichkeiten sind jedoch beschränkt

KAPITEL 5. BEWERTUNG UND AUSBLICK

und es sollte nicht die einzige eingesetzte Überwachungstechnik sein.

Des Weiteren ist gezeigt worden, dass für eine zeitnahe Detektion der CUMUF-Test mit konstanter Fehlalarmwahrscheinlichkeit ($\Pr(T = i)$) geeignet ist. Er ist im Gegensatz zum Stewardschen Startinventar robust gegenüber optimierten Abzweigungsstrategien und kann diese bei 20 Jahren Laufzeit bei einer Abzweigung von 504 g detektieren. Zum Vergleich, der optimale Neyman-Perarson Test für eine Periode, detektiert bei 349 g, was eine Differenz von „nur“ 150 g ist. Dafür schlägt der CUMUF-Test, gerade auf Tritiumabzweigungen aus den ersten Betriebsjahren von ITER, schon zeitnah Alarm (vgl. Abbildung 4.6).

Ein wichtiger Teil, der am Ende des 2. Kapitels beschriebene Tritiumrückhalt, kann für eine umfassendere statistische Beschreibung des Bilanzierungssystems im ITER mitbetrachtet werden.

Literaturverzeichnis

- [Andrew u. a. 1999] ANDREW, P. ; BRENNAN, D. ; COAD, J. P. ; EHRENBURG, J. ; GADEBERG, M. ; GIBSON, A. ; HILLIS, D. L. ; HOW, J. ; JARVIS, O. N. ; JENSEN, H. ; LÄSSER, R. ; MARCUS, F. ; MONK, R. ; MORGAN, P. ; ORCHARD, J. ; PEACOCK, A. ; PEARCE, R. ; PICK, M. ; ROSSI, A. ; SCHILD, P. ; SCHUNKE, B. ; STORK, D.: Tritium Retention and Clean-up in JET. (1999), März
- [Avenhaus 1977] AVENHAUS, Rudolf: *Material Accountability: Theory, Verification, and Applications*. John Wiley & Sons, 1977
- [Avenhaus 1986] AVENHAUS, Rudolf: *Safeguards Systems Analysis*. Plenum Press, 1986
- [Avenhaus und Canty 1996] AVENHAUS, Rudolf ; CANTY, Morton J.: *Compliance Quantified*. Cambridge University Press, 1996. – 256 S
- [Avenhaus und Jaech 1981] AVENHAUS, Rudolf ; JAECH, J.L.: On Subdividing Material Balances in Time and/or Space. In: *Journal of the INMM IV* (1981), Nr. 3, S. 24
- [Avenhaus und Spannagel 1988] AVENHAUS, Rudolf ; SPANNAGEL, Gert: Analysis of Tritium Laboratory Accountancy Data. In: *Fusion Technology* 14 (1988), September
- [Avenhaus und Spannagel 1992] AVENHAUS, Rudolf ; SPANNAGEL, Gert: Analysis of Accountancy Data of the Tritium Laboratory Karlsruhe. In: *Fusion Technology* 21 (1992), März
- [Bell u. a. 2003] BELL, A. C. ; GENTILE, C. A. ; LÄSSER, R. ; COAD, J. P.: *Tritium inventory control - the experience with DT tokamaks and its relevance for future machines*. 2003
- [Bell u. a. 2001] BELL, A. C. ; WILLIAMS, J. ; NEILSON, J. D. ; PEREVEZENTSEV, A.: Detritiation Processes Needed for JET Operation and their

LITERATURVERZEICHNIS

- Wider Applicability. In: *proceedings of the 6th International Conference on Tritium Science and Technology*, 2001
- [Besserer 2002] BESSERER, Uwe A.: *Tritiumspeicherung in ZrCo*, Dissertation, 2002
- [C.A.Gentile u. a. 1999] C.A.GENTILE ; SKINNER, C. H. ; YOUNG, K. M. ; NISHI, M. ; LANGISH, S. ; O'HIRA, S. ; HALLE, A. von ; MUELLER, D. ; CIEBIERA, L. ; D.SHALTIS ; YAMANISHI, T. ; SHU, T. Hayashi W. M. ; CARPE, A. ; ISOBE, K. ; KEARNS, E. ; IWAI, Y. ; BUNTING, C. ; KAWAMURA, Y.: In-Situ Tritium Measurements Of The Tokamak Fusion Test Reactor Bumper Limiter Tiles Post D-T Operations. In: *5th International Symposium on Fusion Nuclear Technology Rome*, September 1999
- [Canty und Avenhaus 1993] CANTY, M. J. ; AVENHAUS, Rudolf: The impact of unmeasured process inventories on near real time accountancy. 1993. – Forschungsbericht
- [Cristescu u. a. 2005] CRISTESCU, I.R. ; GLUGLA, M. ; ANTIPENKOV, A. ; BELOGLAZOV, S. ; CALDWELL-NICHOLS, C. ; CRISTESCU, I. ; DAY, C. ; DEMANGE, D. ; MACK, A.: *The Fuel Cycle of Fusion Power Plants and Experimental Fusion Reactors (slides)*. 2005
- [DOE 1999] DOE: *Supplementary Guidance and Design Experience for the Fusion Safety Standards DOE-STD-6002-96 and DOE-STD-6003-96*. Januar 1999
- [Federici u. a. 1999] FEDERICI, G. ; ANDERL, R.A. ; ANDREW, P. ; BROOKS, J.N. ; CAUSEY, R.A. ; COAD, J.P. ; COWGILL, D. ; DOERNER, R.P. ; HAASZ, A.A. ; JANESCHITZ, G. ; JACOB, W. ; LONGHURST, G.R. ; NYGREN, R. ; PEACOCK, A. ; PICK, M.A. ; PHILIPPS, V. ; ROTH, J. ; SKINNER, C.H. ; WAMPLER, W.R.: In-vessel tritium retention and removal in ITER. In: *Journal of Nuclear Materials* (1999), Nr. 266-269, S. 14-29
- [Gastaldi u. a. 2003] GASTALDI, O. ; ROSANVALLON, S. ; MARBACH, G.: ITER Tritium Inventory Problematics. (2003). – URL <http://www.pppl.gov>
- [Genz 1992] GENZ, Alan: Numerical Computation of Multivariate Normal Probabilities. In: *Journal of Computational and Graphical Stat.* (1992), Nr. 1, S. 141-149
- [Glugla u. a. 2003] GLUGLA, M. ; LÖSSER, R. ; DÖRR, L. ; MURDOCH, D.K. ; HAANGE, R. ; YOSHIDA, H.: The inner deuterium/tritium fuel

LITERATURVERZEICHNIS

- cycle of ITER. In: *Fusion Engineering and Design* (2003), Nr. 69, S. 39–34
- [Glugla u. a. 2006] GLUGLA, M. ; MURDOCH, D. K. ; ANTIPENKOV, A. ; BELOGLAZOV, S. ; CRISTESCU, I. ; CRISTESCU, I.R. ; DAY, C. ; LAESSER, R. ; MACK, A.: ITER fuel cycle R&D: Consequences for the design. In: *Fusion Engineering and Design* (2006), Januar, Nr. 81, S. 733–744
- [Hayashi u. a. 1995] HAYASHI, T. ; YAMADA, M. ; SUZUKI, T. ; MATSUDA, Y.: Tritium Accounting Characteristics of „ In-Bed“ Gas Flowing Calorimetry. In: *Fusion Technology* (1995), Oktober, Nr. 28
- [Hayashi u. a. 2005] HAYASHI, T. ; YAMADA, M. ; SUZUKI, T. ; MATSUDA, Y.: Tritium Accounting Characteristics of „ In-Bed“ Gas Flowing Calorimetry. In: *Fusion science and Technology* (2005), July/August, Nr. 48
- [Housiadas u. a. 1994] HOUSIADAS, C. ; PERUJO, A. ; VASALLO, G.: The Control of Tritium in EHTEL. In: *Fusion Energy* (1994), Nr. 13, S. 455–460
- [IAEA 2002] IAEA: *IAEA SAFEGUARDS GLOSSARY*. Printed by the IAEA in Austria. Juni 2002. – IAEA/NVS/3/CD
- [INFCIRC66 1971] IAEA: *INFCIRC 66: The Agency's Safeguards System*. 1971
- [IPP 2003] IPP: *Kernfusion – Berichte aus der Forschung*. 2003. – URL <http://www.ipp.mpg.de/ippcms/de/pr/publikationen/pdf/berichte.pdf>
- [ITER 2001] ITER: *Summary of the ITER Final Design Report*. July 2001
- [ITER 2004] ITER: *How much will have to be transported to the site?* (Jan 2007). November 2004. – URL http://www.iter.org/a/index_fa.htm
- [ITER u. a. 1999] ITER ; DIAGNOSTICS, ITER Physics Expert G. on ; EDITORS, ITER Physics B.: Chapter 7: Measurement of plasma parameters. In: *Nuclear Fusion* 39 (1999), Nr. 12, S. 2541–2575. – URL <http://stacks.iop.org/0029-5515/39/2541>
- [JAG 2003] GROUP, JOINT ASSESSMENT OF SPECIFIC SITES AD H.: *Rokkasho Site JASS Ad-Hoc Group Meeting Findings*. Januar 2003. – URL <https://www.iter.org/pdfs/rokkasho.pdf>
- [JET 1997] JET: *JET Announces World Records in Fusion Perfor-*

LITERATURVERZEICHNIS

- mance*. Oktober 1997. – URL <http://www.jet.efda.org/documents/jetpressrelease/press-release-1997.html>
- [Johnson 1991] INC, E. R. Johnson A.: *An Analysis of the Effectiveness of the Use of Adjusted Running Book Inventory of Plutonium Diversion in Spent Fuel Reprocessing Facilities*. JAI-352. Prepared for the U.S.N.R.C. under Contract No. NRC-02-89-001. März 1991
- [Jones u. a. 2002] JONES, T.T.C. ; BRENNAN, D. ; PEARCE, R.J.H. ; STORK, D. ; ZASTROW, K-D. ; BALSHAW, N. ; BELL, A.C. ; BERTALOT, L. ; BOYER, H. ; BUTCHER, P.R. ; CHALLIS, C.D. ; CIRIC, D. ; CLARKE, R. ; CONROY, S. ; DARKE, A.C. ; DAVIES, N. ; EDLINGTON, T. ; ERICSSON, G. ; GIBBONS, C. ; HACKETT, L.J. ; HAUPT, T. ; HITCHIN, M. ; KAYE, A.S. ; KING, R. ; KIPTILY, V.G. ; KNIPE, S. ; LAWRENCE, G. ; LOBEL, R. ; MASON, A. ; MORGAN, P.D. ; PATEL, B. ; POPOVICHEV, S. ; STAMP, M. ; SURREY, E. ; TERRINGTON, A. ; WORTH, L. ; YOUNG, D.: Technical and Scientific Aspects of the JET Trace-Tritium Experimental Campaign. In: *Fusion Energy* (2002)
- [Kalinowski 2004] KALINOWSKI, Martin B.: *International Control of Tritium for Nuclear Nonproliferation and Disarmament*. CRC Press LLC, 2004
- [Kawamura 2001] KAWAMURA, Y.: Development of a micro gas chromatograph for the analysis of hydrogen isotope gas mixtures in the fusion fuel cycle. In: *Fus. Eng. Des* 58-59 (2001), S. 389
- [Knipe 2000] KNIPE, S.J.: Tritium Off-Gassing Trials on Dust and Flakes from the JET MkIIA Divertor. In: *Proc. 21st Symp. on Fus. Tech.* (2000)
- [Kraemer u. a. 1993] KRAEMER, R. ; BESSERER, U. ; JOURDAN, G. ; HOUSIADAS, C. ; PERUJO, A. ; VASSALLO, G.: Common Tritium Control Methodology Proposed for Two Civil Tritium Facilities ETHEL and TLK. In: *15th Annual Meeting of ESARDA, ROM*, Mai 1993
- [Krasilnikov u. a. 2005] KRASILNIKOV, A.V. ; SASAO, M. ; KASCHUCK, Yu.A. ; NISHITANI, T. ; BATISTONI, P. ; ZAVERYAEV, V.S. ; POPOVICHEV, S. ; IGUCHI, T. ; JARVIS, O.N. ; KÄLLNE, J. ; FIORE, C.L. ; ROQUEMORE, A.L. ; HEIDBRINK, W.W. ; FISHER, R. ; GORINI, G. ; PROSVIRIN, D.V. ; TSUTSKIKH, A.Yu. ; DONNÉ, A.J.H. ; COSTLEY, A.E. ; WALKER, C.I.: Status of ITER neutron diagnostic development. In: *Nuclear Fusion* 45 (2005), Nr. 12, S. 1503–1509. – URL <http://stacks.iop.org/0029-5515/45/1503>
- [Lässer u. a. 1999a] LÄSSER, R. ; BELL, A. C. ; BAINBRIDGE, N. ; BREN-

LITERATURVERZEICHNIS

- NAN, P. D. ; GRIEVESON, B. ; HEMMERICH, J. L. ; JONES, G. ; KENNEDY, D. ; KNIPE, S. ; LUPO, J.: Overview of the performance of the JET Active Gas Handling System during and after DTE1. In: *Fusion Engineering and Design* (1999)
- [Lässer u. a. 1999b] LÄSSER, R. ; BELL, A. C. ; GRIEVESON, B. ; HEMMERICH, J. L. ; STAGG, R. ; ATKINS, G. V.: The Analytical Gas Chromatographic System of the JET Active Gas Handling System – Tritium Commissioning and Use during DTE1 / JET. Februar 1999 (JET-P(98)75). – Forschungsbericht
- [Lässer und Glugla 2003] LÄSSER, R. ; GLUGLA, M.: Accountancy of hydrogen inventories trapped in the ITER machine / HVT-TLK. Forschungszentrum Karlsruhe, März 2003 (19-21/03/03, JET). – Forschungsbericht
- [Lässer und Grünhagen 2003] LÄSSER, R. ; GRÜNHAGEN, S.: Gas Chromatography at the Tritium Laboratory Karlsruhe. Karlsruhe, FZKA 6894, 2003. – Forschungsbericht
- [Lässer u. a. 2005] LÄSSER, R. ; MURDOCH, D. K. ; GLUGLA, M.: Tritium Accountancy Issues of the ITER Fuel Cycle. In: *Fusion science and Technology* (2005), July/August, Nr. 48
- [Lindsay u. a. 1987] LINDSAY, C.N. ; SPRAGUE, R.E. ; BRANDENBURG, J.A.: A measurement control study for tritium gas / Monsanto Research Corp., Miamisburg, OH (USA). Mound. Juli 1987 (MLM-3441). – Forschungsbericht
- [Loarer u. a. 2004] LOARER, T. ; BUCALOSSI, J. ; BRENNAN, D. ; GRISOLIA, C. ; MATTHEWS, G. ; MORGAN, Ph. ; PHILIPPS, V. ; STAMP, M. ; CONTRIBUTORS, JET E.: Fuel Retention Over a Full Day of Experiments in JET. In: *Proceedings of the 7th Tritium Science and Technology Conference* (2004), September
- [Lucas und Unterweger 2000] LUCAS, L. L. ; UNTERWEGER, M. P.: Comprehensive Review and Critical Evaluation of the Half-Life of Tritium. In: *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology* (2000), July/August, S. Vol. 104 Number 4, p 541–549
- [Maas u. a. 1999] MAAS, A. C. ; ANDREW, P. ; COAD, P. ; EDWARDS, A. ; EHRENBERG, J. ; GIBSON, A. ; GÜNTHER, K. ; HARBOUR, P. ; HELLERMANN, M. G. von ; HILLIS, D. ; HOWMAN, A. ; JARVIS, O. N. ; JÜNGER, J. F. ; KÖNIG, R. W. T. ; LINGERTAT, J. ; LOUGHLIN, M. J. ; MORGAN, P. D. ; ORCHARD, J. ; SADLER, G. ; STAMP, M. F. ; WILSON, C. H.: Diagnostic Experience during Deuterium-Tritium Experiments in

LITERATURVERZEICHNIS

- JET, Techniques and Measurements. In: *Fusion Engineering and Design* (1999), Februar
- [Murdoch u. a. 2005] MURDOCH, D. ; CRISTESCU, I.R. ; LÄSSER, R.: Strategy for determination of ITER in-vessel tritium inventory. In: *Fusion Engineering and Design* (2005)
- [Officer] OFFICER, EFDA-JET P.: *JET webpage*. webpage. – URL <http://www.jet.efda.org/index.html>
- [O'HIRA u. a. 2006] O'HIRA, Shigeru ; HAYASHI, T. ; NAKAMURA, H. ; KOBAYASHI, K ; TADOKORO, T. ; NAKAMURA, H. ; ITOH, T. ; YAMANISHI, T. ; KAWAMURA, Y. ; IWAI, Y. ; ARITA, T. ; T. MARUYAMA, T. K. ; KONISHI, S. ; ENOEDA, M. ; YAMADA, M. ; SUZUKI, T. ; NISHI, M. ; NAGASHIM, T. ; OHTA, M.: Improvement of tritium accountancy technology for the ITER fuel cycle safety enhancement. In: *ITERP* (2006), Februar
- [PDD 2001] ITER: Plant Description and Development. ITER, Juli 2001. – Forschungsbericht
- [PDD2 2001] ITER: Plant Description and Development Chapter 2 / ITER. ITER, 2001. – Forschungsbericht
- [PDD3 2001] ITER: Plant Description and Development Chapter 3 / ITER. ITER, 2001. – Forschungsbericht
- [PDD6 2001] ITER: Plant Description and Development Chapter 6 / ITER. ITER, 2001. – Forschungsbericht
- [Penzhorn u. a. 2000] PENZHORN, R.-D. ; BEKRIS, N. ; COAD, P. ; DÖRR, L. ; FRIEDRICH, M. ; GLUGLA, M. ; HAIGH, A. ; LÄSSER, R. ; PEACOCK, A.: Status and research progress at the Tritium Laboratory Karlsruhe. In: *Fusion Engineering and Design* (2000), Nr. 49
- [Skinner u. a. 2003] SKINNER, C. H. ; COAD, J. P. ; FEDERICI, G.: Tritium Removal from Carbon Plasma Facing Components. In: *Proceedings of the 10th International Workshop on Carbon Materials for Fusion Application* (2003), September
- [Skinner u. a. 2001] SKINNER, C.H. ; GENTILE, C.A. ; YOUNG, K.M. ; COAD, J.P. ; HOGAN, J.T. ; PENZHORN, R.-D. ; BEKRIS, N. ; CONTRIBUTORS, JET E.: Long Term Tritium Trapping in TFTR and JET. (2001), Juni
- [Stewart 1958] STEWART, K. B.: A New Weighted Average. In: *Technometrics* (1958), Nr. 12, S. 247–258

LITERATURVERZEICHNIS

- [Wesson 2004] WESSON, John: *Tokamaks*. Third Edition. Clarendon Press - Oxford, 2004
- [de. Wikipedia 2006] WIKIPEDIA de.: Joint European Torus. (2006), August. – URL http://de.wikipedia.org/wiki/Joint_European_Torus
- [Yoshida u. a. 2001] YOSHIDA, H. ; MURDOCH, D. ; NISHI, M. ; TEBUS, V. ; WILLMS, S.: Tritium System R&D. In: *Fusion Engineering and Design* (2001), Nr. 55, S. 313–323

LITERATURVERZEICHNIS

Erklärung

Hiermit erkläre ich, die Diplomarbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt zu haben.

Hamburg, 31. Mai 2007

Jörg Reckers

Einverständniserklärung zur Veröffentlichung

Ich erkläre mich mit der Bereitstellung der vorliegenden Diplomarbeit in den Bibliotheken des Fachbereichs Physik der Universität Hamburg einverstanden.

Hamburg, 31. Mai 2007

Jörg Reckers